VIII CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA
UBERLÂNDIA - MG - BRASIL 10 A 15 DE AGOSTO DE 2014

SWING-BY PROPULSADO NO PROBLEMA RESTRITO ELIPTICO DE TRÊS CORPOS: SISTEMA TERRA-LUA

Alessandra Ferraz da Silva, aleferrazsilva@hotmail.com[1]
Antônio F. Bertachini A. Prado, antonio.prado@inpe.br[1]
Othon Cabo Winter, ocwinter@gmail.com[2]

[1]Instituto nacional de Pesquisas Espaciais/INPE, Av. dos Astronautas 1758 São José dos Campos/SP - Cep:12227-010
[2]Univ. Estadual Paulista - UNESP, Av. Ariberto Pereira da Cunha 333, Guaratinguetá/SP – Cep: 12516-410

Resumo: *Este trabalho estuda o problema de aplicação de um impulso em um veículo espacial que realiza uma manobra de Swing-By com um corpo celeste que está viajando em uma órbita eliptica em torno do corpo primário. O objetivo é medir o comportamento da velocidade, energia e momento angular do satélite. Foi desenvolvido um algoritmo para obter a variação da energia e momento angular para esse Swing-By propulsado que tem o impulso aplicado durante o encontro próximo e a direção do impulso variada. Desta maneira é possível encontrar a melhor direção para fazer a manobra impulsiva, de modo a maximizar a variação da energia. Os resultados mostram que a aplicação do impulso na direção do movimento do satélite geralmente não é a solução ótima e que existe uma forte relação com a posição do corpo secundário na órbita em torno do corpo principal e com a excentricidade dos primários.*

Palavras-chave: *Manobra Orbital, Astrodinamica, Swing-By, Problema Eliptico de Tres Corpos.*

1. INTRODUÇÃO

Um Swing-By propulsado ocorre quando um satélite faz uma manobra de aproximação com um corpo celeste e usa a gravidade deste corpo combinado com a aplicação de um impulso para ganhar ou perder energia. O principal objetivo deste tipo de manobra é a economia de combustível em missões espaciais.

A dinâmica usada é a do problema restrito elíptico de três corpos, o que significa que o sistema é assumido ser formado por dois corpos massivos, M_1(chamado primário) e M_2 (chamado secundário), em órbitas elípticas em torno do centro de massa comum e um terceiro corpo, M_3, com massa negligenciável e com o movimento vinculado ao plano orbital dos primários.

O objetivo é medir o comportamento da energia do satélite como uma função de três parâmetros referentes ao Swing-By padrão (V_{inf} - velocidade de aproximação, r_p - distância do periapside da órbita do satélite ao corpo secundário e ψ - ângulo de aproximação, que especifica a geometria de aproximação), a excentricidade dos primários (e), a anomalia verdadeira (ν) do corpo secundário no momento do encontro próximo com o satélite e os parâmetros que especificam o impulso aplicado (δV - magnitude do impulso e α - direção de aplicação do implulso). É feita também a identificação de regiões de capturas e colisões.

Para as condições iniciais aplicadas, o algoritmo desenvolvido integra as equações do movimento para frente (com aplicação do impulso), a partir do periapside, para obter os dados da órbita, e para trás, sem impulso e a partir do periapside, para obter as informações da primeira órbita. As integrações são feitas até que a distancia entre o veículo e o corpo secundário alcance a metade da distância M_1-M_2, para garantir uma distância suficiente entre o satélite e M_2.

Uma aplicação deste tipo de pesquisa está relacionada às manobras de um satélite indo ou passando por cometas ou asteróides. Muitos destes corpos têm altas excentricidades, logo se um Swing-By propulsado é realizado em torno deles, a excentricidade da sua órbita deve ser levada em consideração e o seus efeitos são importantes. Esta pesquisa é uma continuação de dois trabalhos publicados anteriormente: Prado (1996), que estuda o efeito do Swing-By propulsado, mas restrito para o caso de órbitas circulares e Prado (1997), que estudou manobras de Swing-By no problema restrito elíptico, mas sem a aplicação de um impulso. Para mais detalhes com relação ao problema restrito elíptico de três corpos, está disponível na literatura o trabalho de Broucke (1969).

2. SWING-BY PROPULSADO

O Swing-By propulsado é a manobra de Swing-By padrão com a combinação de um impulso aplicado no veículo espacial durante a passagem pelo periapside. O impulso pode ter qualquer magnitude e qualquer direção no espaço.

A manobra pode ser especificada por dois parâmetros adicionais, além dos três já conhecidos no Swing-by padrão (V_{inf-}, r_p, ψ): δV, magnitude do impulso (dado em km/s) e α, ângulo entre o impulso e a velocidade do veículo espacial no momento da aplicação do mesmo. A Fig. 1 apresenta a geometria desta manobra.

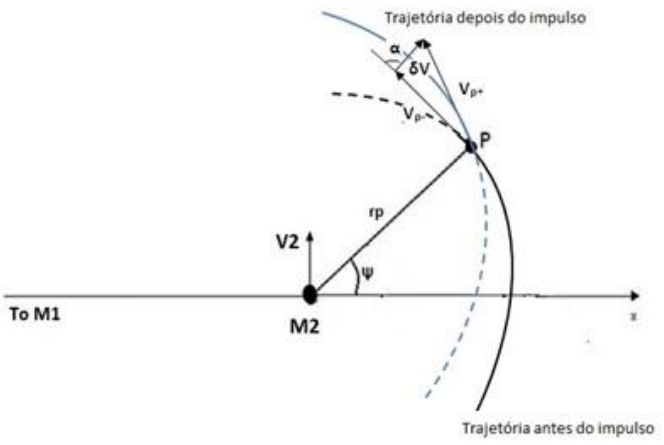


Figura 1. Geometria do Swing-By propulsado.

Identificando a Fig. 1 temos: M_1 e M_2, corpo primário e secundário, respectivamente; V_2, vetor da velocidade linear de M_2 em torno do centro de Massa de M_1-M_2; ψ, ângulo de aproximação; P, periapside, ponto da menor distância entre M_2 e M_3; r_p, raio vetor do periapside; V_{p-}, vetor velocidade do satélite no periapside da primeira órbita; V_{p+}, vetor velocidade do satélite no ponto onde foi aplicado o impulso, depois do Swing-By propulsado; δV, vetor do impulso aplicado; α, ângulo entre Vp- e δV, que define a direção do impulso aplicado (no sentido horário é considerado positivo).

O algoritmo para a manobra de Swing-by propulsada é descrito pela sequencia:

a) Iniciou-se o estudo com o veículo espacial colocado no ponto P. Isso foi feito especificando-se três variáveis que definem univocamente uma trajetória de Swing-By: V_p,r_p, e ψ;

b) A partir do ponto P executou-se uma integração reversa no tempo (Vieira Neto &Winter, 2001), até que se atingisse a metade da distância entre M_1 e M_2, para obter a primeira órbita e os valores de energia, velocidade e momento angular antes da manobra completa;

c) Aplicou-se um impulso δV no ponto P, formando um angulo α entre a direção do impulso e a direção do movimento do veiculo espacial, para obtermos a nova órbita. Os valores de magnitude e direção de aplicação do impulso foram variados para obter os valores que maximizassem a energia;

d) Integrou-se para frente no tempo essa nova órbita até um ponto distante de M_2, obtendo os valores de energia, velocidade e momento angular depois da manobra completa;

e) Por fim, foi calculada a variação da energia em função da magnitude do impulso e do ângulo que define a direção do impulso. Essa grandeza pode então ser escrita como:

$$\Delta E = f(\delta V, \alpha) \tag{1}$$

Na manobra de Swing-By, quando o impulso é aplicado, a órbita altera instantaneamente. Essa mudança provoca uma alteração na velocidade, energia e momento angular do satélite.

3. PROBLEMA ELIPTICO RESTRITO DE TRÊS CORPOS

A manobra é estudada usando o problema elíptico restrito de três corpos. O sistema é assumido como formado por dois corpos massivos, M_1chamado primário e M_2 chamado secundário, em trajetórias elípticas em torno do centro de massa comum e um terceiro corpo, M_3, com massa negligenciável, cujo movimento está vinculado ao plano orbital dos primários.

É usado o sistema canônico de unidades. A unidade de distância passa a ser o semieixo maior da órbita de M_1 e M_2; a massa do corpo secundário (M_2) é $\mu = m_2/(m_1+m_2)$ e a massa de M_1 é $1-\mu$, sendo m_1 e m_2 a massa real dos corpos M_1 e M_2, respectivamente. A unidade de tempo é 2π, período do movimento dos dois primários. A constante gravitacional passa a ser uma unidade.

Foi usado o sistema de referência fixo (inercial). Neste sistema a origem fica localizada no centro de massa dos primários. Ver Fig. 2.

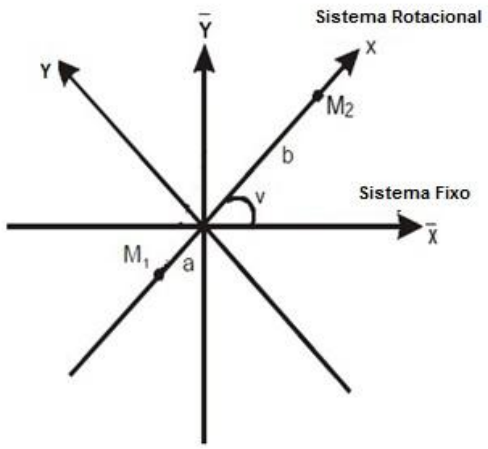


Figura 2. Sistemas de referência fixo e rotacional.

Neste sistema $\bar{x}$ é o eixo que conecta M_1 e M_2 e $\bar{y}$ é perpendicular a $\bar{x}$. O ângulo ν é a anomalia verdadeira de M_2. M_2 está em órbita elíptica em torno de M_1. A equações de $\bar{x}_1, \bar{y}_1$ e $\bar{x}_2, \bar{y}_2$ são dadas por:

$$\bar{x}_1 = -\mu r \cos \nu \tag{2}$$

$$\bar{y}_1 = -\mu r sen \nu \tag{3}$$

$$\bar{x}_2 = (1-\mu) r \cos \nu \tag{4}$$

$$\bar{y}_2 = (1-\mu) r \cos \nu \tag{5}$$

E as equações do movimento do problema elíptico restrito elíptico de três corpos são dadas por:

$$\ddot{\bar{x}} = \frac{-(1-\mu)(\bar{x}-\bar{x}_1)}{r_1^3} - \frac{\mu(\bar{x}-\bar{x}_2)}{r_2^3} \tag{6}$$

$$\ddot{\bar{y}} = \frac{-(1-\mu)(\bar{y}-\bar{y}_1)}{r_1^3} - \frac{\mu(\bar{y}-\bar{y}_2)}{r_2^3} \tag{7}$$

Os dois pontos sobre $\bar{x}$ e $\bar{y}$ representam a segunda derivada em relação ao tempo; r_1 a distância entre M_1 e M_3; e r_2 a distância entre M_2 e M_3, dados por:

$$r_1^2 = (\bar{x}-\bar{x}_1)^2 + (\bar{y}-\bar{y}_1)^2 \tag{8}$$

$$r_2^2 = (\bar{x}-\bar{x}_2)^2 + (\bar{y}-\bar{y}_2)^2 \tag{9}$$

A equação do movimento foi integrada para obter a primeira e a segunda órbita (e assim calcular a energia do satélite) até que a distância entre o veículo e o corpo secundário seja metade da distância entre M_1 e M_2. Essa distância é grande o suficiente para garantir que, fora dela, o corpo secundário não influência mais na trajetória do veículo espacial.

4. RESULTADOS

O objetivo é que com os resultados obtidos seja possível compreender os efeitos que a excentricidade entre os primários e a posição de M_2 em relação a M_1 no momento da passagem próxima do veículo espacial por M_2 causa na trajetória de um satélite que faz um Swing-By propulsado com o corpo secundário.

Foram considerados casos com ψ = 90° e ψ = 270° e excentricidade igual a zero (cujo objetivo é servir de comparação), e = 0,05 e e = 0,1. Para cada valor de excentricidade (exceto e = 0) foram integradas órbitas com anomalia verdadeira (posição de M_2 em sua órbita) igual a 0°, 90°, 180° e 270°. O impulso foi variado de 0 a 4,0 km/s e

α variado de -180° a 180°, com passo igual a 1°. Para todos os casos adotamos r_p = 0,00495 unidades canônicas e μ = 0,01214. No geral foram estudadas 162 combinações de condições iniciais.

Nas figuras a seguir o eixo x representa o ângulo que define a direção do impulso (α) e o eixo y a variação da energia correspondente a cada valor de impulso. As Figs. 3 a 6 mostram os resultados para ψ = 90°.

A Fig. 3 apresenta a variação da energia para cada valor de impulso estudado, para o caso com ψ = 90° e excentricidade igual a zero. O objetivo de apresentar esse caso é para que ele sirva de comparação e torne possível analisar as mudanças que a excentricidade causou no comportamento do veículo espacial. Todas as figuras estão acompanhadas da legenda de cores, onde cada cor representa o valor do impulso (δV) correspondente à curva da variação da energia.

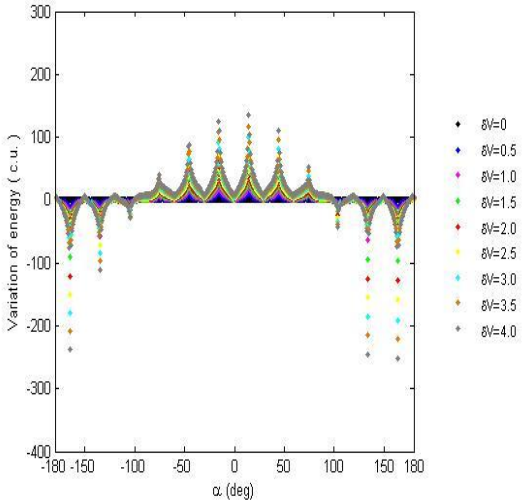
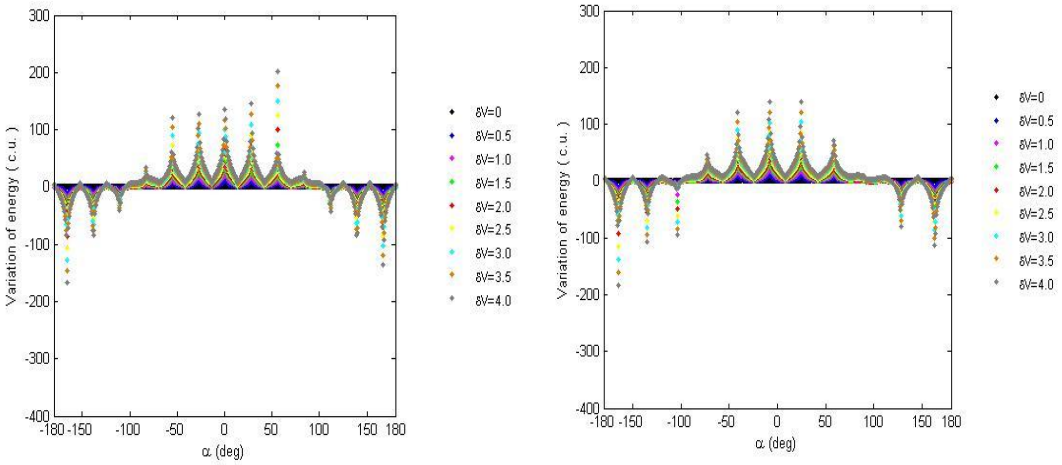
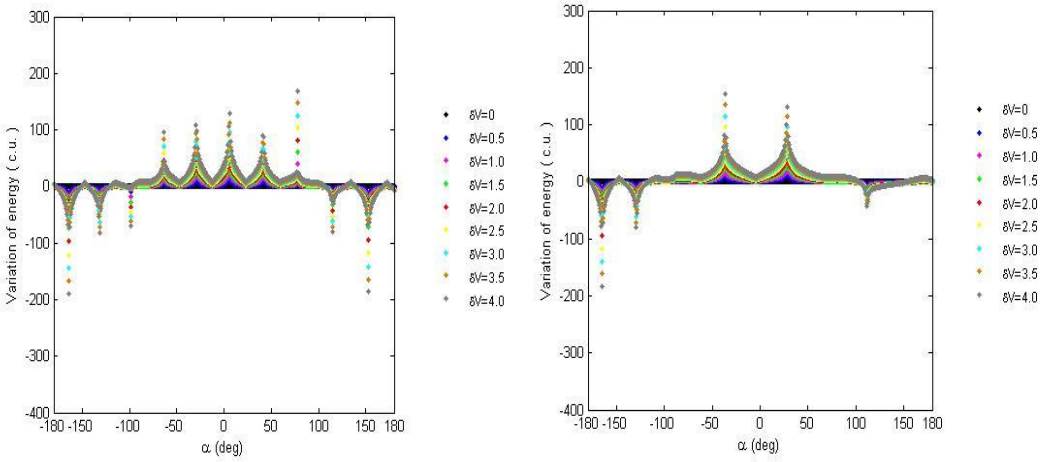


Figura 3. Gráfico de α vs. variação da energia para o caso ψ = 90°, e = 0.

A Fig 4. apresenta os casos com excentricidade igual a 0,05.



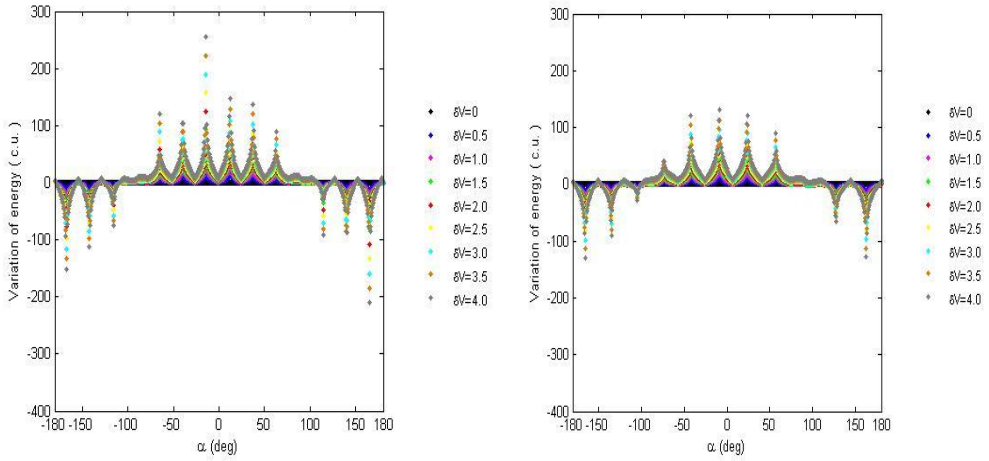
(a) e = 0,05 e ν = 0° (b) e = 0,05 e ν = 90°



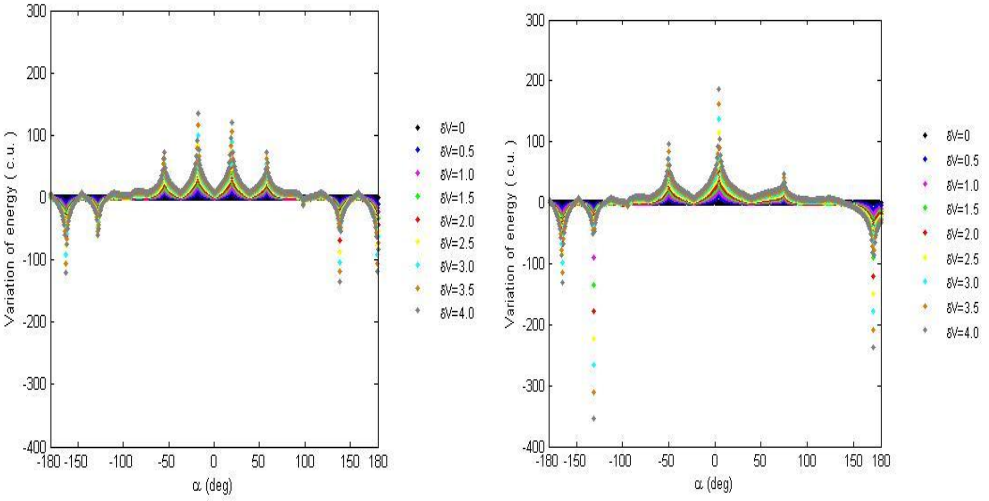
(c) e = 0,05 e ν = 180° (d) e = 0,05 e ν = 270°

Figura 4.Gráfico de α vs. variação da energia para o caso ψ = 90°, e = 0,05.

Nas figuras é possível notar oscilações do problema elíptico e o comportamento dessas oscilações muda, tornando-se mais suave conforme a anomalia verdadeira aumenta. Nota-se que não ocorrem mudanças bruscas na magnitude da variação da energia. Na Fig. 5 tem-se a variação da energia para os casos com excentricidade igual a 0,1.



(a) e = 0,1 e ν = 0° (b) e = 0,1 e ν = 90°



(c) e = 0,1 e ν = 180° (d) e = 0,1 e ν = 270°

Figura 5. Gráfico de α vs. variação da energia para o caso ψ = 90°, e = 0,1.

Na Fig. 5 podemos observar que para cada valor de anomalia verdadeira a oscilação se comporta de uma maneira. Isso é possível notar nas Figs. 5(c) e 5(d) para os casos de $\delta V = 0{,}5$ km/s, onde existem oscilações na curva da variação da energia, mas a forma com que cada uma oscila é diferente.

Em todas as figuras é possível observar que nas bordas dos gráficos (α próximo de -180° e 180°) a variação da energia é negativa. Atribuímos isso ao fato de que nesses casos uma componente do impulso é oposta ao movimento do satélite, provocando o efeito de desaceleração do mesmo, diminuindo a energia da segunda órbita (em relação a primeira) e fazendo que a variação da energia seja negativa.

As figuras apresentadas a partir de agora são para os casos com $\psi = 270°$. Quando $180° < \psi < 360°$, o satélite é acelerado pelo corpo (M_2) e ganha energia. O ganho máximo de energia ocorre quando $\psi = 270°$ (ver mais detalhes em Prado, 2001). A Fig. 6 apresenta o caso para excentricidade igual a zero.

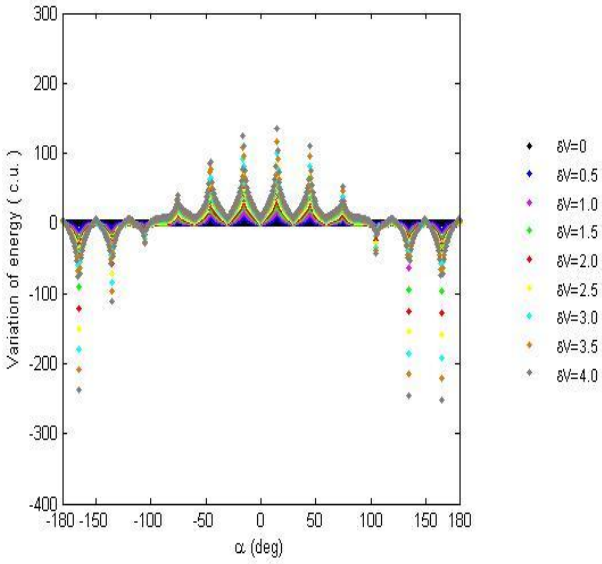
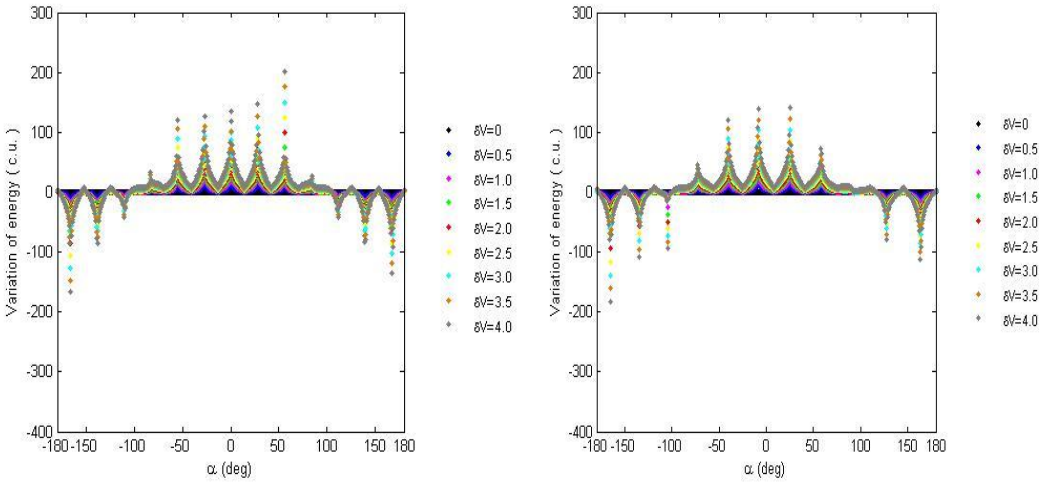
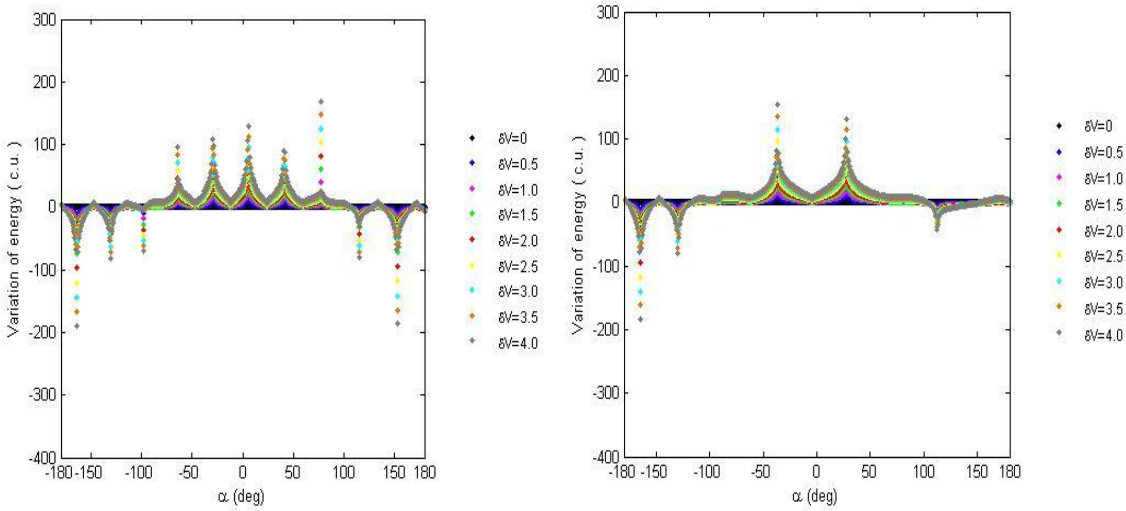


Figura 6. Gráfico de α vs. variação da energia para o caso ψ = 270°, e = 0.

Comparando com a Fig. 3 observa-se que o comportamento é similar, porém a região de colisões é maior. A Fig. 7 apresenta os casos com e = 0,05.



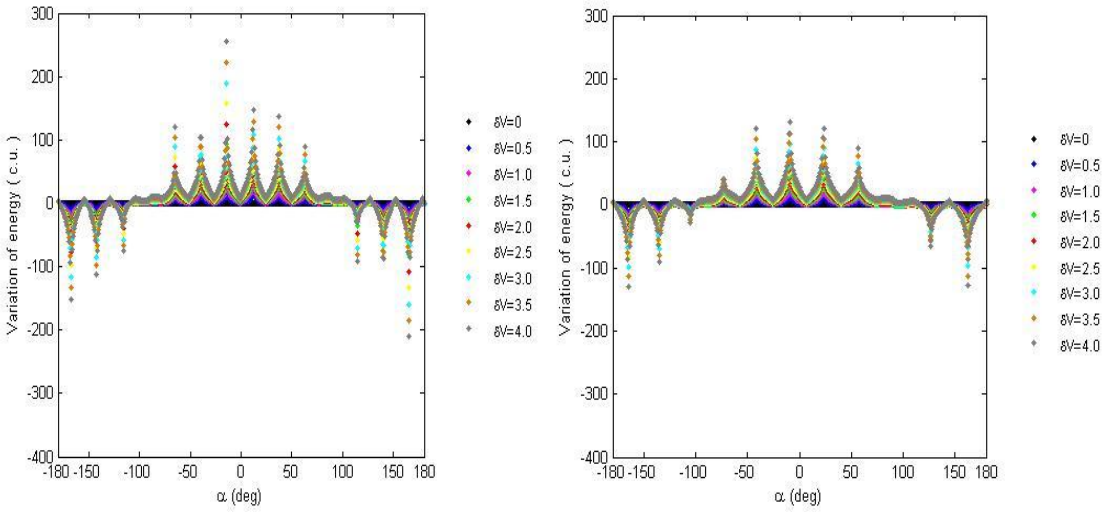
(a) e = 0,05 e ν = 0° (b) e = 0,05 e ν = 90°



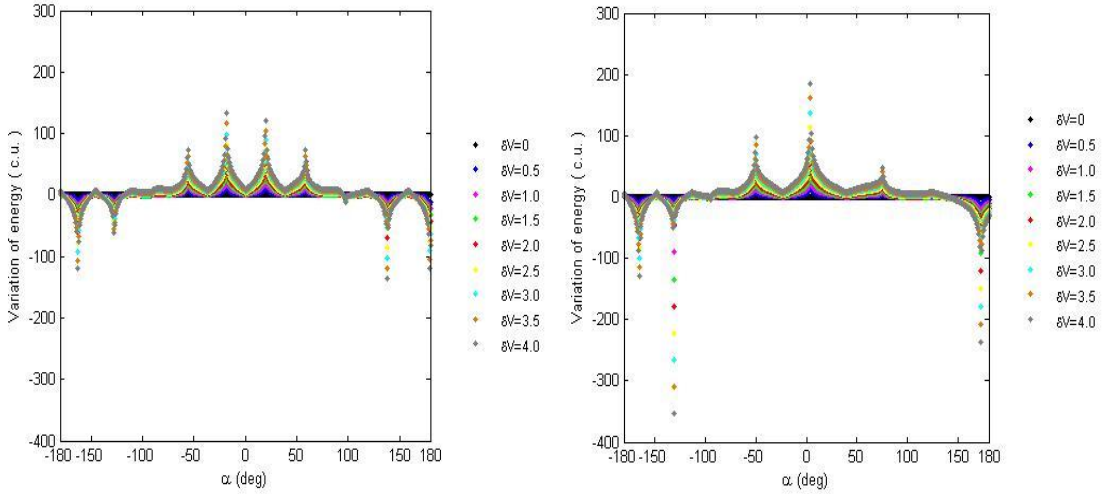
(c) e = 0,05 e ν = 180° (d) e = 0,05 e ν = 270°

Figura 7. Gráfico de α vs. variação da energia para o caso ψ = 270°, e = 0,05.

A Figura 8 apresenta os casos com e = 0,1.



(a) e = 0,1 e ν = 0° (b) e = 0,1 e ν = 90°



(c) e = 0,1 e ν = 180° (d) e = 0,1 e ν = 270°

Figura 8. Gráfico de α vs. variação da energia para o caso ψ = 270°, e = 0,1.

Observamos que para ψ =270° também ocorreu variação de energia negativa para os valores extremos de α e que conforme a anomalia verdadeira aumenta há uma suavização na curva da variação de energia. A Tabela 1 apresenta as condições iniciais e o valor da máxima variação de energia e α para os casos ψ = 90° e ψ = 270°, respectivamente. Para valores de excentricidade (e) iguais a 0,05 e 0,1, anomalia verdadeira (ν) de 0°, 90°, 180° e 270°, impulso (δV) variando de 0,5 a 4 km/s.

Note na Tabela 1 que a magnitude do impulso aplicado no satélite não influencia no ângulo da direção em que o impulso é aplicado referente aos casos que resultaram em variação máxima de energia. O impulso influência somente na magnitude da variação máxima de energia, quanto maior o impulso maior a magnitude da variação máxima de energia. Outra observação é que ψ não interfere no resultado da variação máxima, do ponto de vista de direção de aplicação do impulso, que em todos os casos são semelhantes para ψ = 90° e ψ = 270°.

Tabela 1. Variação máxima de energia para os casos de ψ=90° e ψ=270°, respectivamente.

e	ν	δV (km/s)	$\Delta E_{máx}(\psi=90°)$	α (graus) (ψ=90°)	$\Delta E_{máx}(\psi=270°)$	α (graus) (ψ=270°)
0.05	0	0.5	24.40	56	24.40	56
0.05	0	1.0	49.06	56	49.05	56
0.05	0	1.5	73.96	56	73.96	56
0.05	0	2.0	99.11	56	99.11	56
0.05	0	2.5	124.52	56	124.52	56
0.05	0	3.0	150.17	56	150.17	56
0.05	0	3.5	176.08	56	176.08	56
0.05	0	4.0	202.23	56	202.23	56
0.05	90	0.5	16.65	25	16.65	25
0.05	90	1.0	33.55	25	33.55	25
0.05	90	1.5	50.71	25	50.71	25
0.05	90	2.0	68.11	25	68.11	25
0.05	90	2.5	85.76	25	85.76	25
0.05	90	3.0	103.66	25	103.66	25
0.05	90	3.5	121.82	25	121.82	25
0.05	90	4.0	140.22	25	140.22	25
0.05	180	0.5	20.24	78	20.24	78
0.05	180	1.0	40.73	78	40.73	78
0.05	180	1.5	61.47	78	61.47	78
0.05	180	2.0	82.46	78	82.46	78
0.05	180	2.5	103.70	78	103.70	78
0.05	180	3.0	125.19	78	125.19	78
0.05	180	3.5	146.93	78	146.93	78
0.05	180	4.0	168.92	78	168.92	78
0.05	270	0.5	18.50	-37	18.50	-37
0.05	270	1.0	37.25	-37	37.25	-37
0.05	270	1.5	56.26	-37	56.26	-37
0.05	270	2.0	75.51	-37	75.51	-37
0.05	270	2.5	95.01	-37	95.01	-37
0.05	270	3.0	114.76	-37	114.76	-37
0.05	270	3.5	134.77	-37	134.77	-37
0.05	270	4.0	155.02	-37	155.02	-37
0.1	0	0.5	30.92	-14	30.92	-14
0.1	0	1.0	62.09	-14	62.09	-14
0.1	0	1.5	93.50	-14	93.50	-14
0.1	0	2.0	125.17	-14	125.17	-14
0.1	0	2.5	157.09	-14	157.09	-14
0.1	0	3.0	189.26	-14	189.26	-14
0.1	0	3.5	221.68	-14	221.68	-14
0.1	0	4.0	254.35	-14	254.35	-14
0.1	90	0.5	15.45	-9	15.45	-9
0.1	90	1.0	31.14	-9	31.14	-9
0.1	90	1.5	47.09	-9	47.09	-9
0.1	90	2.0	63.28	-9	63.28	-9

0.1	90	2.5	79.73	-9	79.73	-9
0.1	90	3.0	96.42	-9	96.42	-9
0.1	90	3.5	113.37	-9	113.37	-9
0.1	90	4.0	130.56	-9	130.56	-9
0.1	180	0.5	15.88	-18	15.88	-18
0.1	180	1.0	32.01	-18	32.01	-18
0.1	180	1.5	48.40	-18	48.40	-18
0.1	180	2.0	65.03	-18	65.03	-18
0.1	180	2.5	81.91	-18	81.91	-18
0.1	180	3.0	99.04	-18	99.04	-18
0.1	180	3.5	116.43	-18	116.43	-18
0.1	180	4.0	134.06	-18	134.06	-18
0.1	270	0.5	22.34	4	22.34	4
0.1	270	1.0	44.92	4	44.92	4
0.1	270	1.5	67.76	4	67.76	4
0.1	270	2.0	90.84	4	90.84	4
0.1	270	2.5	114.18	4	114.18	4
0.1	270	3.0	137.77	4	137.77	4
0.1	270	3.5	161.60	4	161.60	4
0.1	270	4.0	185.69	4	185.69	4

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho mostrou os efeitos da excentricidade das órbitas dos dois corpos principais na trajetória de um veículo espacial que faz uma passagem próxima por um corpo celeste, no momento em que recebe um impulso gerado por um propulsor. Comparações foram feitas com o caso de órbitas circulares para os primários, já estudados anteriormente. O sistema Terra-Lua, com excentricidade variável, foi utilizado como exemplo para as simulações numéricas. Não foram observadas modificações significativas na ordem de magnitude dessas variações de energia, em particular devido ao fato das excentricidades não serem muito elevadas. Além disso, foi estudado o efeito da posição do corpo secundário em sua órbita em torno do primário. Os resultados mostraram que essa variável causa uma distorção nas posições das oscilações de curto período das variações de energia.

Esse estudo permite obter resultados utilizando uma dinâmica mais realista do problema, é fornece informações para que a diferença entre as dinâmicas circulares e elípticas para o movimento dos primários sejam utilizadas para benefício da missão, ao se escolher o ponto da órbita de M_2 em relação a M_1 que fornece o resultado desejado pela missão.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem pelos projetos 473387/2012-3, 304700/2009-6 e 312813/2013-9, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); projetos # 2011/09310-7 e 2011/08171 -3, da Fundação de Apoio a Pesquisa de São Paulo (FAPESP) e do apoio financeiro recebido da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

7. REFERÊNCIAS

Broucke, R. A., 1969, “Stability of Periodic Orbits in the Elliptic, Restricted Three-Body Problem”, AIAA Journal, Vol. 7, N. 6, pp. 1003-1009.

Prado, A.F.B.A., 1996, "Powered Swing-By", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 19, No. 5, pp. 1142-1147.

Prado, A.F.B.A., 1997, “Close-Approach Trajectories in the Elliptic Restricted Problem”, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 20, n.4, p. 797-802.

Vieira Neto, E. and Winter, O. C., 2001,“Time analysis for temporary gravitational capture: satellites of Uranus”, Astronomical Journal, v. 122, p. 440.

8. RESPONSABILIDADE AUTORAL

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

POWERED SWING-BY IN THE RESTRICTED, ELLIPTIC THREE-BODY PROBLEM: EARTH-MOON SYSTEM

Alessandra Ferraz da Silva, aleferrazsilva@hotmail.com[1]
Antônio F. Bertachini A. Prado, antonio.prado@inpe.br[1]
Othon Cabo Winter, ocwinter@gmail.com[2]

[1]Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais/INPE, Av. dos Astronautas 1758 São José dos Campos/SP - Cep:12227-010
[2]Univ. Estadual Paulista - UNESP, Av. Ariberto Pereira da Cunha 333, Guaratinguetá/SP – Cep: 12516-410

Abstract. *This paper studies the problem of applying an impulse in a spacecraft that performs a Swing-By maneuver with a celestial body that is traveling in an elliptical orbit around the primary body. The objective is to measure the behavior of the velocity, energy and angular momentum of the satellite. An algorithm was developed to obtain the energy and angular momentum variation for the propelled Swing-By that has an impulse applied at the close encounter with the direction of the impulse varied. In this way you can find the best direction to make the impulsive maneuver to maximize the energy variation. The results show that applying the impulse in the direction of the motion of the spacecraft is generally not the optimal solution and that there is a strong relationship with the position of the secondary body in its orbit around the main body and also with the eccentricity of the primary.*

Keywords*: Orbital Maneuver, Astrodynamics, Swing-By, Elliptic Problem of Three Bodies.*