

## **Utilização da Otimização Multiobjetivo em Problemas de Delineamento de Experimentos Com Múltiplas Respostas**

### **Douglas Miranda Rodrigues**

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá – UNESP  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá – SP  
douglasnet@gmail.com

### **Aneirson Francisco da Silva**

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá – UNESP  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá – SP  
aneirson@gmail.com

### **Fernando Augusto Silva Marins**

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá – UNESP  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá – SP  
fmarins@feg.unesp.br

### **Rafael de Carvalho Miranda**

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI  
Av. Benedito Pereira Santos, 1303 – 37500-903 – Itajubá – MG  
mirandaprod@yahoo.com.br

### **Érica Ximenes Dias**

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá – UNESP  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá – SP  
ericaximenes@yahoo.com.br

### **José Roberto Dale Luche**

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá – UNESP  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá – SP  
dluche@gmail.com

### **RESUMO**

Em diversas áreas de trabalho, da Engenharia à Economia, os problemas se apresentam como sendo multiobjetivos, característica que torna complexa a tomada de decisão. Em geral, estes objetivos são conflitantes e faz-se necessário o uso de técnicas de otimização para a obtenção de melhores resultados. No presente trabalho serão estudados alguns métodos para a resolução destes problemas, com o objetivo de aplicar métodos de aglutinação em problemas de projetos de experimentos com múltiplas respostas. Deste modo, inicialmente foi realizada uma revisão da literatura sobre os diferentes métodos utilizados para a resolução destes problemas. A partir disto, foi desenvolvido um método, utilizando a Programação por Compromisso (*Compromise Programming* – CP) e a Programação por Metas (*Goal Programming* – GP), para a análise de resultados. De modo geral, esta nova proposta apresentou resultados satisfatórios em relação à abordagem tradicional, qualificando este procedimento como uma alternativa na otimização de múltiplas respostas.

**PALAVRAS-CHAVE.** Programação por Metas; Programação por Compromisso; Métodos de Aglutinação.

## **PO na Indústria**

### **ABSTRACT**

In many areas, from Engineering to Economics, the problems are showed as multiobjectives, which makes the decision making process more complex. Normally, these objectives are conflicting and it is necessary to use optimization techniques to achieve better results. In this paper, will be studied some methods to solve this problems, aiming to apply agglutination methods in problems of design of experiments with multiple responses. This way, initially a theoretical review was done about the different methods that are used to solve these problems. From this point, a method was developed, using Compromise Programming and Goal Programming, for results analysis. Altogether, this new proposal showed good results when compared to the traditional approach, qualifying this procedure as an alternative in multiple responses optimization.

**KEYWORDS.** Goal Programming; Compromise Programming; Agglutination methods.

## **OR in Industry**

### **1. Introdução**

Desde 1980, com a busca crescente de métodos para garantir a qualidade num ambiente de recursos cada vez mais enxutos, as ideias que consideram não só o valor nominal (meta), mas também a variância têm recebido muita atenção. Uma grande parte dela tem sido direcionada a métodos alternativos para determinação eficiente de arranjos ótimos para atingir uma dada meta (BOYLAN *et al.*,2013). Assim, a tomada de decisão para melhoria de processos industriais é um exemplo desta situação, pois existem diversas variáveis envolvidas, independentes e dependentes, que estão associadas a um mesmo processo.

Para a modelagem e otimização destes processos com múltiplas respostas é comum a utilização de dois métodos: a experimentação e a otimização. A experimentação, em geral, é realizada por meio de um Projeto de Experimentos (*Design of Experiments* – DOE), que utiliza modelos matemáticos dos processos envolvidos. Já a otimização visa encontrar as melhores soluções para problemas com múltiplas respostas e há dois tipos de abordagem: a aglutinação e a priorização (PAIVA *et al.*, 2008).

De acordo com Montgomery (2009), o DOE consiste em um projeto de experimento que procura gerar dados adequados para uma análise estatística, variando-se, simultaneamente, os fatores (entradas) envolvidos com a finalidade de medir os seus efeitos na variável de resposta (saída). Dentre as ferramentas utilizadas pelo DOE, a Metodologia de Superfície de Respostas (MSR) é utilizada com eficiência na otimização e na avaliação da significância de vários fatores afetados por interações complexas; sendo seu principal objetivo encontrar as condições ótimas num dado processo (SANTANA *et al.*, 2013). Segundo Lima *et al.* (2013), a aplicação deste método busca reduzir o número de experimentos na modelagem e otimização.

A função *Desirability* foi proposta por Harrington em 1965, e, conforme He, Zhu e Park (2012), foi aprimorada por Derringer e Suich (1980), podendo ser aplicada quando houver várias respostas independentes envolvidas. Silva *et al.* (2013) comentam que com a utilização do método de aglutinação *Compromise Programming* – CP é possível obter melhorias nos resultados em comparação ao método de aglutinação *Desirability* para problemas experimentais com múltiplas respostas.

Diante desta perspectiva, o objetivo geral deste artigo foi propor novos métodos para a otimização de problemas com múltiplas respostas, e realizar comparações de desempenho entre os diferentes métodos de aglutinação testados.

Assim, de acordo com Bertrand & Fransoo (2002), este trabalho pode ser classificado como sendo uma pesquisa aplicada, pois visa proporcionar melhorias para a literatura atual, com objetivos empíricos normativos, almejando desenvolver políticas e estratégias que melhorem uma situação atual. A forma de abordar o problema é quantitativa, sendo o método de pesquisa a modelagem.

O artigo está estruturado da maneira seguinte. A Seção 2 apresenta o referencial teórico, seguida pela Seção 3 onde serão abordadas a descrição e a modelagem do problema. Na Seção 4 é apresentada a análise dos resultados e as conclusões e recomendações para futuras pesquisas, seguidas das referências bibliográficas.

## 2. Referencial Teórico

De acordo com Shah e Reed (2011) a Otimização Multiobjetivo – OM é descrita como um problema de múltiplos objetivos conflitantes entre si, visando ao aperfeiçoamento do desempenho de um objetivo em relação ao detrimento do desempenho de outro objetivo.

Conforme Sekulski (2014) há dois métodos para a resolução de problemas de OM:

- Resolvem-se vários problemas considerando-se a cada vez um dos objetivos individualmente e incluindo os demais objetivos no conjunto de restrições.
- Resolve-se um único problema com uma função objetivo construída pela combinação linear dos objetivos envolvidos, considerando-se pesos adequados para cada um deles.

A formulação para um problema geral de OM pode ser:

$$\text{Min ou Max } z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad (1)$$

s.a:

$$g(x) \leq b \quad (2)$$

$$x \in X \quad (3)$$

sendo  $x$  o vetor das variáveis de decisão;  $X$  o conjunto das soluções viáveis;  $Z$  a imagem de  $X$  no espaço de objetivos; com  $z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \in Z$ ; e (2) e (3) as restrições.

A Programação por Metas (*Goal Programming* – GP), conforme Silva e Marins (2014), possui três tipos de modelos determinísticos da GP mais utilizados, todos propostos por Charnes e Cooper (1961), sendo:

- Programação por Metas Ponderadas (*Weighted Goal Programming* - WGP) - atribuem-se pesos para as variáveis-desvios com relação às metas estabelecidas pelos gestores para os objetivos.
- Programação por Metas com Priorização (*Lexicographic Goal Programming* - LGP) ou *Preemptive Goal Programming* – os objetivos são ordenados de acordo com sua importância estabelecida a partir de uma priorização feita pelos gestores.
- Programação por Metas Minmax (*Minmax Goal Programming* – Minmax GP) – trabalha-se com as funções de realização (SILVA & MARINS, 2015) que consideram a soma das variáveis-desvios.

Nos modelos WGP a atribuição de pesos às variáveis de desvio distingue os objetivos mais importantes. Assim, os gestores precisam estimar, e em geral o fazem subjetivamente, os pesos de forma que grande parte dos objetivos seja satisfeita. Para tentar

minimizar este subjetivismo, um método que tem sido muito adotado na priorização de objetivos é o *Analytic Hierarchy Process* – AHP (Saaty, 1977). Segundo Martel e Aouni (1998), o modelo original WGP pode ser formulado por:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n (\beta_i d_i^+ + \alpha_i d_i^-) \quad (4)$$

Sujeito a:

$$f_i(x) - d_i^+ + d_i^- = g_i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

$$Ax \leq c \quad (6)$$

$$x_i, d_i^+, d_i^+, d_i^- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

sendo  $x$  o vetor das variáveis de decisão  $x_i$ ;  $f_i(x)$  a função objetivo  $i$ ,  $d_i^+$  e  $d_i^-$ , respectivamente, as variáveis auxiliares de desvio para mais e para menos na realização da meta  $g_i$  associada a  $f_i(x)$ ;  $\beta$  e  $\alpha$  são os pesos atribuídos, respectivamente, às variáveis

auxiliares de desvio  $d_i^+$  e  $d_i^-$ ;  $A$  e  $c$  são, respectivamente, a matriz dos coeficientes do lado esquerdo (LHS – *Left Hand-Side*) das variáveis de decisão e o vetor de constantes do lado direito (RHS – *Right Hand-Side*) nas restrições rígidas do modelo original multicritério.

Observe-se que, pela restrição (7), apenas uma das variáveis de desvio associadas a cada meta pode ter valor diferente de zero. Para mais detalhes sobre os modelos de GP determinística recomenda-se consultar Silva e Marins (2015).

A Programação por Compromisso (*Compromise Programming* – CP) é uma abordagem de múltiplos critérios na tomada de decisão que classifica as alternativas de acordo com a sua proximidade com relação ao ponto ótimo (CHENG; HUANG; CAI, 2013). De acordo com Li *et al.*, (2012), quando os objetivos são conflitantes entre si não há como alcançar o ponto ótimo (em que todos os objetivos fossem otimizados), mas a informação sobre este ponto de ótimo pode ser um referencial para a busca de uma solução próxima, que é o conceito básico da CP (ZELENY, 1973).

A formulação de um modelo em CP pode ser expressa por:

$$\text{Min } L_i = \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i [Z_i^* - Z_i(x)] \right\}^{\frac{1}{s}} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (9)$$

sendo  $Z_i^*$  o valor alvo (*target*),  $s$  indica a importância do desvio da função objetivo em relação ao seu valor ideal  $Z_i(x)$ , com  $1 \leq s \leq \infty$ ,  $\alpha_i$  são pesos positivos atribuídos a cada função objetivo  $Z_i(x)$ , cujo somatório deve ser igual a 100%.

Observe-se que, segundo Li *et al.*, (2012), quando  $s = 1$ , a função objetivo da CP é equivalente à soma ponderada dos objetivos da OM. Geralmente, adota-se  $s = 2$  e para  $2 \leq s \leq \infty$ , a função objetivo da CP é não-linear.

A função *Desirability* foi proposta por Harrington em 1965 e posteriormente desenvolvida e aprimorada por Derringer e Suich (1980) de forma a tratar problemas de múltiplas respostas. (PATRNAIK, 2014; VAN GYSEGHEM *et al.*, 2004). Para Marasini *et al.* (2012), as respostas individuais são atribuídas aos objetivos desejáveis e respostas multicritério são tratadas como problemas de um único critério.

O índice global  $D$ , associado ao valor da função *Desirability*, é calculado pela média geométrica dos valores das variáveis desvios  $d_i$ , com  $0 \leq d_i \leq 1$  (HE; ZHU; PARK, 2012):

$$D = (d_1(Y_1) \cdot d_2(Y_2) \cdot \dots \cdot d_k(Y_k))^{\frac{1}{k}} \quad (10)$$

sendo  $k$  o número de respostas envolvidas no experimento.

Observe-se que, se o valor de  $Y_i$  for indesejável, ou seja,  $d_1(Y_1)=0$ , a *Desirability* global é zero. De acordo com He, Zhu e Park (2012), o procedimento do método de Derringer e Suich (1980) consiste em transformar cada resposta  $Y_i$  em um valor individual  $d_i$  que varia ao longo do intervalo  $[0, 1]$ , e se a resposta  $Y_i$  está no valor da sua meta, então  $d_i = 1$ , e se a resposta não estiver dentro da região aceitável,  $d_i = 0$ . Desta forma, a otimização de diversas respostas se reduz a maximização da *Desirability* global (PAIVA, 2006).

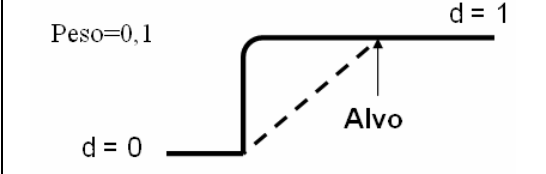
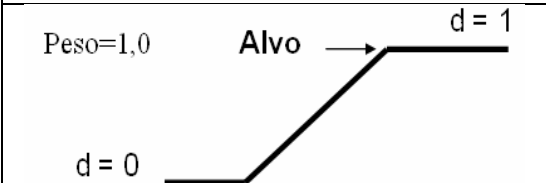
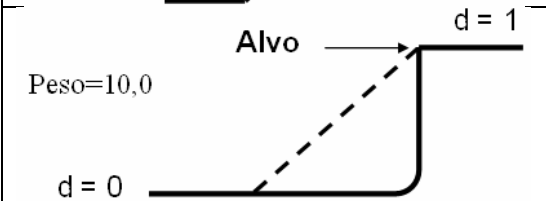
Outra vantagem deste método é a que a utilização da média geométrica faz com que a solução global seja alcançada de maneira balanceada, desta forma permitindo que todas as respostas atinjam os valores esperados e forçando o algoritmo a se aproximar das especificações impostas (PAIVA, 2006). Ainda segundo Paiva (2006), o método de Derringer e Suich (1980) possui uma dependência entre o tipo de otimização utilizada para a resposta, seja de maximização, minimização ou de normalização, dos limites e das respectivas importâncias de cada resposta, como está ilustrado nos Quadros 1 e 2.

Quadro 1. Objetivos de otimização no Método de Derringer e Suich (1980).

Objetivo	Características	Representação Esquemática
Minimizar	O valor da função <i>Desirability</i> aumenta enquanto o valor da resposta original se aproxima de um valor alvo mínimo. Abaixo do alvo, $d = 1$ ; acima do limite superior, $d = 0$ .	
Normalizar	Quando a resposta se move em direção alvo, o valor da função <i>Desirability</i> aumenta. Acima ou abaixo dos limites, $d = 0$ ; no alvo $d = 1$ .	
Maximizar	O valor da função <i>Desirability</i> aumenta quando o valor da resposta aumenta. Abaixo do limite inferior, $d = 0$ ; acima do alvo, $d = 1$ .	

Fonte: Paiva (2007).

Quadro 2. Relações de importância e os Limites no *Desirability*.

 <p>Peso=0,1</p> <p>d = 0</p> <p>d = 1</p> <p>Alvo</p>	<p>Se o peso é menor que 1 (valor mínimo é 0,1), então, menos ênfase se dá ao alvo.</p>
 <p>Peso=1,0</p> <p>d = 0</p> <p>d = 1</p> <p>Alvo</p>	<p>Quando o peso é igual a 1, a importância dada ao alvo é igual à importância dada aos limites.</p>
 <p>Peso=10,0</p> <p>d = 0</p> <p>d = 1</p> <p>Alvo</p>	<p>Se o peso dado à resposta é maior do que 1 (o valor máximo é 10), então, mais ênfase é dada ao alvo.</p>

Fonte: Paiva (2007).

Conforme Wu (2005) e Murphy, Tsui e Allen (2005), a formulação utilizada em casos de maximização de uma resposta é dada por:

$$d_i = \begin{cases} 0, & \hat{Y}_i < L_i \\ \left( \frac{\hat{Y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right)^R, & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ 1, & \hat{Y}_i > T_i \end{cases} \quad (11)$$

sendo  $T_i$  e  $L_i$ , respectivamente, o maior e menor valor aceitáveis para resposta e o valor de  $R$  indica o predomínio dos limites.

Utilizam-se valores maiores que a unidade quando a resposta aumenta rapidamente acima de  $L_i$ . Deste modo, ocorre um lento aumento no valor de  $d_i$ , enquanto o valor da resposta é maximizado. Logo, para se maximizar  $D$ , a  $i$ -ésima resposta deve ser bem maior que  $L_i$ . Pode-se escolher  $R < 1$ , quando não for crítico serem encontrados valores para a resposta abaixo dos limites fixados.

Para um caso de minimização a função é representada por:

$$d_i = \begin{cases} 0, & \hat{Y}_i > LSL \\ \left( \frac{H_i - \hat{Y}_i}{H_i - T_i} \right)^R, & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ 1, & \hat{Y}_i < T_i \end{cases} \quad (12)$$

sendo  $H_i$  o valor mais alto aceitável para a  $i$ -ésima resposta.

Quando existirem restrições de máximo ou de mínimo ocorrem transformações bilaterais e se deseja atingir um valor alvo, neste caso a formulação é:

$$d_i = \begin{cases} \left( \frac{\hat{Y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right)^R, & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ \left( \frac{H_i - \hat{Y}_i}{H_i - T_i} \right)^R, & T_i \leq \hat{Y}_i \leq H_i \\ 0, & \hat{Y}_i < L_i \text{ ou } \hat{Y}_i > H_i \end{cases} \quad (13)$$

Segundo Khuri e Conlon (1981), a função *Desirability* foi estendida por Derringer e Suich (1981) apresentando como vantagem uma abordagem de forma simples na otimização, com aplicabilidade fácil, permitindo ao usuário realizar as análises subjetivas sobre a importância de cada resposta. Em contra partida, Chiao e Hamada (2001) afirmam que o método apresenta duas desvantagens: a dificuldade de modelagem da função *D*, pois trata-se de uma combinação complexa de várias respostas, e também a dificuldade de identificar a priori o valor de *D* esperado (CHIAO; HAMADA, 2001). Outra desvantagem apresentada é que o método não considera a estrutura de variância-covariância, o que pode gerar uma solução insatisfatória se a estrutura de variância for significativa (KO; KIM; JUN, 2005).

### 3. Descrição e Modelagem do Problema

Nesta seção apresenta-se a seguinte questão de pesquisa: é possível obter melhores resultados utilizando CP em comparação aos resultados da função *Desirability*, quando estes são aplicados ao DOE com múltiplas respostas?

Para responder a questão de pesquisa foram utilizados os dados e a modelagem proposta por Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981) para efetuar uma comparação entre os resultados da função *Desirability* e da função CP, *OptQuest* (ORACLE, 2015) e o *Generalized reduced Gradient Method* - GRG (Hock e Schittkowski, 1981), que é utilizado para resolver os problemas de Programação Não-linear gerados nas modelagens analisadas. No caso de Khuri e Conlon (1981) foi aplicada a normalização Euclidiana com o intuito de minimizar a importância da estimação dos pesos para cada resposta.

Em (14) – (25) está o modelo de Derringer e Suich (1980), e o modelo de Khuri e Conlon (1981), normalizado, está em (26) – (34), considerando-se duas Respostas LTB (*Large to Better*) e duas Respostas NTB (*Nominal to Better*):

#### Modelo de Derringer e Suich (1980)

$$Y_1 = 139,12 + 16,49x_1 + 17,88x_2 + 10,91x_3 - 4,01x_1^2 - 3,45x_2^2 - 1,57x_3^2 + 5,13x_1x_2 + 7,13x_1x_2 + 7,88x_2x_3 \quad (14)$$

$$Y_2 = 126,11 + 268,15x_1 + 246,5x_2 + 139,48x_3 - 83,55x_1^2 - 124,79x_2^2 + 199,17x_3^2 + 69,38x_1x_2 + 94,13x_1x_2 + 104,38x_2x_3 \quad (15)$$

$$Y_3 = 400,38 - 99,67x_1 - 31,4x_2 + 73,92x_3 + 7,93x_1^2 + 17,31x_2^2 + 0,43x_3^2 + 8,75x_1x_2 + 6,25x_1x_2 + 1,25x_2x_3 \quad (16)$$

$$Y_4 = 68,91 - 1,41x_1 + 4,32x_2 + 1,63x_3 - 1,56x_1^2 - 0,06x_2^2 - 0,32x_3^2 - 1,63x_1x_2 + 0,13x_1x_2 - 0,25x_2x_3 \quad (17)$$

Sujeito a:

$$Y_1 \geq 120 \quad (18)$$

$$Y_2 \geq 1000 \quad (19)$$

$$400 \leq Y_3 \leq 600 \quad (20)$$

$$60 \leq Y_4 \leq 75 \quad (21)$$

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad (22)$$

$$-1 \leq x_2 \leq 1 \quad (23)$$

$$-1 \leq x_3 \leq 1 \quad (24)$$

**Modelo de Khuri e Conlon (1981) normalizado, com Quatro Respostas LTB (Large to Better)**

$$Y_1 = 0,870 - 0,328x_1 - 0,299x_2 - 0,098x_1^2 - 0,056x_2^2 - 0,181x_1x_2 \quad (25)$$

$$Y_2 = 0,971 - 0,135x_1 - 0,015x_2 - 0,141x_1^2 - 0,085x_2^2 - 0,103x_1x_2 \quad (26)$$

$$Y_3 = 0,985 - 0,139x_1 - 0,043x_2 - 0,086x_1^2 - 0,044x_2^2 - 0,006x_1x_2 \quad (27)$$

$$Y_4 = 0,937 - 0,262x_1 - 0,146x_2 - 0,052x_1^2 - 0,048x_2^2 - 0,166x_1x_2 \quad (28)$$

Sujeito a:

$$Y_1 \geq 0,21 \quad (29)$$

$$Y_2 \geq 0,44 \quad (30)$$

$$Y_3 \geq 0,61 \quad (31)$$

$$Y_4 \geq 0,46 \quad (32)$$

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad (33)$$

$$-1 \leq x_2 \leq 1 \quad (34)$$

Para a resolução dos modelos da função CP utilizou-se o *software OptQuest* do programa *Oracle Crystal Ball* (estabelecendo-se o limite de 20.000 iterações, para o qual o processamento dos dados levava, em média, 105 segundos), versão de teste, além do método GRG do programa *Microsoft Excel*, sendo utilizado um computador *Intel Core i7-3612QM* 2,10 GHZ com 8 GB de RAM e sistema operacional Windows 64 bits.

A Tabela 1 mostra os resultados da CP frente aos resultados de Derringer e Suich (1980), considerando pesos iguais  $\alpha_i = 25\%$  para cada uma das quatro respostas. As Tabelas 2 e 3 exibem os resultados da CP frente aos resultados de Derringer e Suich (1980), considerando pesos  $\alpha_1 = 0,3$ ;  $\alpha_2 = 0,25$ ;  $\alpha_3 = 0,25$ ;  $\alpha_4 = 0,20$  e Tabela 3 com pesos  $\alpha_1 = 0,15$ ;  $\alpha_2 = 0,22$ ;  $\alpha_3 =$



0,27;  $\alpha_4 = 0,35$ . Para estas três tabelas, foram repetidos os valores das colunas *Desirability* e GP, uma vez que a alteração de pesos ( $\alpha_i$ ) analisada interfere somente para a fórmula da CP, conforme mostrado anteriormente pelas equações (8) e (9). A análise do impacto das variáveis de desvio ( $d_i$  para *Desirability*,  $d_i^+$  e  $d_i^-$  para GP), bem como os pesos  $\alpha$  e  $\beta$  aplicados às variáveis de desvio da GP, não foi realizada neste momento. Pelo mesmo motivo, ocorre a repetição de valores da coluna *Desirability* para as tabelas 4 e 5, enquanto que a coluna GP (GRG) apresenta diferença entre as mesmas, pois foi analisado o resultado para um peso  $\beta_i$ .

Nas Tabelas 4 - 5 estão os resultados da CP frente aos resultados de Khuri e Conlon (1981). Para o cálculo do Desvio Percentual Médio – DPM utilizou-se (34), com a finalidade de comparar o desempenho dos resultados da aplicação da CP, pela função *Desirability*:

$$DPM = \left( \sum_{i=1}^p |R_i - T_i| / T_i \right) / p \quad (34)$$

sendo  $R_i$  o valor final da otimização para a resposta  $i$ ,  $T_i$  o valor alvo associado à resposta  $i$  e  $p$  o número de respostas analisadas.

Observe-se que, nas Tabelas 1 - 3, a primeira coluna possui variáveis independentes  $x_1, x_2$  e  $x_3$  (esta somente para o modelo de Derringer e Suich, 1980) e as variáveis respostas,  $Y_1, Y_2, Y_3$  e  $Y_4$ , na segunda, terceira e quarta e quinta colunas estão, respectivamente, os resultados com a aplicação da função *Desirability*, resultados da CP, *OptQuest* e GRG, e GP GRG; a coluna 6 trata dos valores alvos para cada variável resposta que foram apresentados nos artigos de Derringer e Suich (1980) – nas Tabelas 1 - 3, e Khuri e Conlon (1981) – nas Tabelas 4 a 7, e nas colunas 7, 8 e 9 têm-se os valores dos DPM associados a cada variável resposta, respectivamente, para a função *Desirability*, função CP, *OptQuest* e GRG, e *Goal Programming* com GRG (GP-GRG).

Tabela 1. Comparação dos resultados da aplicação da CP e GP (sem pesos) com os resultados da função *Desirability* de Derringer e Suich (1980) – Pesos iguais  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$ .

Variáveis	Resultados da Otimização				Alvos das Respostas	DPM das Respostas			
	Função <i>Desirability</i> (GRG)	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)
$x_1$	-0,05	-0,672	-0,685	-0,702	-	-	-	-	-
$x_2$	0,145	0,772	0,940	0,935	-	-	-	-	-
$x_3$	-0,868	0,630	0,626	0,644	-	-	-	-	-
$Y_1$	129,50	142,38	144,18	143,79	170,00	0,238235	0,1625	0,1519	0,1542
$Y_2$	1.300,00	1.301,14	1301,1	1300,00	1.300,00	0	0,0009	0,0008	0,0000
$Y_3$	465,70	497,19	497,02	500,00	500,00	0,0686	0,0056	0,0060	0,0000
$Y_4$	68,00	74,09	75,00	75,00	67,50	0,007407	0,0976	0,1111	0,1111
<b>DPM</b>	-	-	-	-	-	<b>7,86%</b>	<b>6,665%</b>	<b>6,745%</b>	<b>6,633%</b>

Analisando-se os resultados da Tabela 1, percebe-se que o método da GP gerou menores valores de DPM (6,633%), em relação aos demais. Em seguida, estão os resultados para os métodos CP utilizando *Optquest* e, por último, GRG.

Tabela 2. Comparação dos resultados da aplicação da CP e GP (sem pesos) com os da função *Desirability* de Derringer e Suich (1980) – pesos  $\alpha_1 = 0,3$ ;  $\alpha_2 = 0,25$ ;  $\alpha_3 = 0,25$ ;  $\alpha_4 = 0,20$ .

Variáveis	Resultados da Otimização				Alvos das	DPM das Respostas			
	Função <i>Desirability</i> (GRG)	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)

	Função <i>Desirability</i> (GRG)	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)	Respostas	Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)
$x_1$	-0,05	-0,683	-0,682	-0,702	-	-	-	-	-
$x_2$	0,145	0,941	0,941	0,935	-	-	-	-	-
$x_3$	-0,868	0,623	0,622	0,644	-	-	-	-	-
$Y_1$	129,50	144,23	144,25	143,79	170,00	0,238235	0,1516	0,1514	0,1542
$Y_2$	1.300,00	1301,28	1301,31	1300,00	1.300,00	0	0,0010	0,0010	0,0000
$Y_3$	465,70	496,61	496,45	500,00	500,00	0,0686	0,0068	0,0071	0,0000
$Y_4$	68,00	75,00	75,00	75,00	67,50	0,007407	0,1111	0,1111	0,1111
<b>DPM</b>	-	-	-	-	-	<b>7,86%</b>	<b>6,761%</b>	<b>6,767%</b>	<b>6,633%</b>

Analisando-se as informações da Tabela 2 percebe-se que, apesar das alterações nos pesos para os dois métodos CP, ainda prevalece como melhor resultado aquele obtido pelo método GP - GRG. Ainda, observa-se que há uma diferença maior entre o melhor DPM e o segundo (0,128% contra 0,032% do anterior). Na Tabela 3, após um novo ajuste de pesos para os métodos CP, nota-se uma diminuição da diferença entre os dois melhores resultados (0,022%, a menor diferença entre os dois melhores métodos até agora), porém ainda é o método GP que se caracteriza com o menor DPM. Para a Tabela 4, tem-se a aplicação dos métodos para o modelo de Khuri e Conlon (1981). Pode-se observar que houve uma mudança no comportamento dos resultados, em que se mostra que a CP por meio do algoritmo *Optquest* atinge o menor DPM.

Tabela 3. Comparação dos resultados da aplicação da CP e GP (sem pesos) com os da função *Desirability* de Derringer e Suich (1980) – pesos  $\alpha_1 = 0,15$ ;  $\alpha_2 = 0,22$ ;  $\alpha_3 = 0,28$ ;  $\alpha_4 = 0,35$ .

Variáveis	Resultados da Otimização				Alvos das Respostas	DPM das Respostas			
	Função <i>Desirability</i> $y$ (GRG)	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)
$x_1$	-0,05	-0,685	-0,693	-0,702	-	-	-	-	-
$x_2$	0,145	0,837	0,938	0,935	-	-	-	-	-
$x_3$	-0,868	0,636	0,634	0,644	-	-	-	-	-
$Y_1$	129,50	142,92	144,01	143,79	170,00	0,238235	0,1593	0,1529	0,1542
$Y_2$	1.300,0	1300,92	1300,74	1300,0	1.300,00	0	0,0007	0,0006	0,0000
$Y_3$	465,70	498,39	498,38	500,00	500,00	0,0686	0,0032	0,0032	0,0000
$Y_4$	68,00	74,45	75,00	75,00	67,50	0,007407	0,1030	0,1111	0,1111
<b>DPM</b>	-	-	-	-	-	<b>7,86%</b>	<b>6,655%</b>	<b>6,696%</b>	<b>6,633%</b>

Tabela 4. Comparação dos resultados da aplicação da CP e GP (sem pesos) com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) -  $\alpha_1 = 0,36$ ;  $\alpha_2 = 0,02$ ;  $\alpha_3 = 0,02$ ;  $\alpha_4 = 0,6$ .

Variáveis	Resultados da Otimização				Alvos das Respostas	DPM das Respostas			
	Função <i>Desirability</i> (GRG)	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)
$x_1$	-0,219	-0,362	-0,689	-1,000	-	-	-	-	-
$x_2$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-	-	-	-	-
$Y_1$	2,14	2,25	2,49	2,67	2,68	0,2015	0,1594	0,0723	0,0022
$Y_2$	0,61	0,61	0,58	0,54	0,69	0,1159	0,1197	0,1571	0,2203
$Y_3$	1,82	1,84	1,87	1,86	1,69	0,0769	0,0896	0,1043	0,1000
$Y_4$	0,37	0,34	0,28	0,23	0,71	0,4789	0,5141	0,6002	0,6746

DPM	-	-	-	-	-	21,83%	22,07%	23,35%	24,93%
-----	---	---	---	---	---	--------	--------	--------	--------

Analisando-se as informações na Tabela 5, percebe-se que foi mantida a ordem dos resultados, com o menor DPM sendo obtido por meio da CP com *Optquest*, seguido da CP e, por fim, da GP. Percebe-se, contudo, que houve uma redução na diferença entre o menor e o maior resultado de DPM.

Tabela 5. Comparação dos resultados da aplicação da CP e GP (com o peso de 4 vinculada à variável de desvio associada a realização acima do valor da meta estabelecida) com os da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) -  $\alpha_1 = 0,46$ ;  $\alpha_2 = 0,02$ ;  $\alpha_3 = 0,02$ ;  $\alpha_4 = 0,5$ .

Variáveis	Resultados da Otimização				Alvos das Respostas	DPM das Respostas			
	Função <i>Desirability</i> (GRG)	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)		Função <i>Desirability</i>	CP (OptQuest)	CP (GRG)	GP (GRG)
$x_1$	-0,219	-0,429	-0,782	-1,000	-	-	-	-	-
$x_2$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-	-	-	-	-
$Y_1$	2,14	2,30	2,55	1,6718	2,68	0,2015	0,1405	0,0501	0,3762
$Y_2$	0,61	0,60	0,57	0,5970	0,69	0,1159	0,1249	0,1732	0,1348
$Y_3$	1,82	1,85	1,87	1,6900	1,69	0,0769	0,0942	0,1049	0,0000
$Y_4$	0,37	0,33	0,27	0,4848	0,71	0,4789	0,5323	0,6232	0,3172
<b>DPM</b>	-	-	-	-	-	<b>21,83%</b>	<b>22,30%</b>	<b>23,78%</b>	<b>20,70%</b>

#### 4. Conclusões e Recomendações para Futuras pesquisas

Neste trabalho constatou-se que os resultados obtidos pela CP e GP apresentaram melhorias em relação aos resultados clássicos da função *Desirability*. Para os casos de Derringer e Suich (1980), verifica-se que os resultados obtidos pela CP por meio do algoritmo GRG, apesar de sua melhora em relação aos estudos clássicos, não foram melhores do que os resultados apresentados pela metaheurística do *OptQuest*. Isso se deve ao fato que o algoritmo GRG fica preso em ótimos locais, ou seja, pode não alcançar o valor do ótimo global.

Mesmo assim, destaca-se o método GP, uma vez que o mesmo apresentou o melhor resultado quando comparado com todos os casos do modelo de Derringer e Suich (1980), e utilizando apenas o algoritmo GRG. Para os casos estudados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981), observam-se resultados similares, com o método GP – GRG apresentando o menor DPM, seguido do CP com *Optquest*. Ainda, para o método GP, a atribuição dos pesos, gerou uma boa relação de *trade-off* entre os objetivos. Desta forma, cabe ao gestor a atribuição arbitrária destes pesos, visando a obtenção de uma solução mais equilibrada.

A GP consegue o melhor resultado ao incluir restrições do tipo flexível, associadas aos objetivos de interesse, e também variáveis auxiliares (variáveis-desvios) relacionadas à obtenção de valores acima ou abaixo das metas e que compõem uma nova função objetivo, permitindo que nem todas as restrições sejam consideradas rígidas ou fixas, o que a faz diferente dos procedimentos da otimização clássica. Essa característica permite que situações frequentemente verificadas na prática, em que os valores dos recursos (RHS) utilizados com a adoção de uma solução são distintos daqueles fixados inicialmente, sejam tratadas por intermédio das variáveis-desvios incorporadas à modelagem de GP.

Por fim, conclui-se que este trabalho atingiu seus objetivos ao propor um novo método GP – GRG e comparar o desempenho da função *Desirability*, nos estudos clássicos de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981), com os resultados da função CP, *OptQuest* e GRG, e GP GRG.

Como sugestão para a continuidade desta pesquisa, propõe-se:

- Aplicação destes métodos, aqui descritos e propostos, em problemas de planejamento de experimentos de misturas;
- Aplicação de métodos de normalização combinados com a GP, visando contornar o problema de estimação de pesos para cada variável de desvio.
- Utilizar a metaheurística do *OptQuest* nos modelos de GP.

### Agradecimentos

Esta pesquisa teve o apoio do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE, e foi parcialmente financiada pelo CNPq (Processos Nos. 303362/2012-0 e 470189/2012), CAPES (PE-024/2008) e FAPESP (Processo No. 2014/06374-2).

### Referências bibliográficas

- AHERN, R.; ANANDARAJAH, G.. **Railway projects prioritisation for investment: Application of goal programming**. *Transport Policy*, v. 14, p. 70-80, 2007.
- ALMEIDA, R.. **Operação de sistemas urbanos de abastecimento de água com base em modelos de otimização não-lineares**. Tese de mestrado, UNICAMP, 2001.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C.. **Operations management research methodologies using quantitative modeling**. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.
- BOYLAN, G. L.; GOETHALS, P. L.; CHO, B. R.. **Robust parameter design in resource-constrained environments: an investigation of trade-offs between costs and precision within variable processes**. *Applied Mathematical Modelling*, v. 37, p. 2394-2416, 2013.
- CHANG, C-T. Multi-Choice goal programming. **Omega - The International Journal of Management Science**, v.35, n.4, p.389-396, 2007.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W. **Management model and industrial application of linear programming**. New York: Wiley, 1961.
- CHIAO, C. H.; HAMADA, M.. **Analyzing experiments with correlated multiple Responses**. *Journal of Quality Technology*, v 33, n 4, pp. 451-465.
- CHENG, H; HUANG, W; CAI, J.. **Solving a Fully Fuzzy Linear Programming Problem through Compromise Programming**. *Journal of Applied Mathematics*, 2013.
- DERRINGER, G; SUICH, R.. **Simultaneous Optimization of Several Response Variables**. *Journal of Quality Technology*, 12(4), p. 214-219, 1980.
- HE, Z; ZHU, F.P; PARK, H. S.. **A robust desirability function method for multi-response Surface optimization considering model uncertainty**. *European Journal of Operational Research*, p.241-247, 2012.
- HOCK, W.; SCHITTKOWSKI, K. **Test Examples for Nonlinear Programming Codes**. 1. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1981. 187 p.
- KO, Y. H.; KIM, K. J.; JUN, C. H.. **A New Loss Function-Based Method for Multiresponse Optimization**. *Journal of Quality Technology*, v 37, n 1, p. 50-59.
- LI, R; LEUNG, Y; LIN, H; HUANG, B.. **An adaptive compromise programming method for multi-objective path optimization**. *Journal of Geographical Systems*, v. 15, p. 211-228, 2012.
- LIMA, F. C.; PEREIRA, R. B. D.; BRAGA, D. U.; MORAES, R. F.. **Modelagem das componentes da força de usinagem no torneamento do aço ABNT 1045 através da metodologia de superfície de resposta**. Penedo, Itatiaia – RJ: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2013.
- MAIA, J. P. R.. **Otimização estrutural: Estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta solver**. Tese de mestrado, USP, São Carlos, 2009.

MARASINI, N.; YAN, D. Y.; POUDEL, K. B.; CHOI, H-G; YONG, S. C.; KIM, O. J. **Development and Optimization of Self-Nanoemulsifying Drug Delivery System with Enhanced Bioavailability by Box–Behnken Design and Desirability Function.** Journal of Pharmaceutical Sciences, vol. 101, n.12, p 4.584- 4,596, 2012.

MARTEL, J. M.; AOUNI, B. Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations. **Journal of Global Optimization**, v.12, n.2, p.127-138, 1998.

MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments.** 7a. Edição. Nova York: Editora Wiley, 2009.

MURPHY, T. E; TSUI, K. L; ALLEN, J. K. **A review of robust design methods for multiple responses.** Research in Engineering Design, v 15, p. 201-215, 2005.

ORACLE, <http://www.oracle.com/technetwork/middleware/crystalball/overview/optquest-128316.pdf>. Acessado em 18 de abril de 2015.

PAIVA, A. P.. **Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas.** Tese de Doutorado. Universidade Federal de Itajubá MG, 2006.

PAIVA, E. J.; FERREIRA, J. R.; PAIVA, A. P. **Otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas baseada em índices de capacidade Cpm.** ENEGEP, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, 2007.

PAIVA, E. J; PAIVA, A. P; FERREIRA, J. R; BALESTRASSI, P, P. **Otimização de múltiplas respostas baseada no erro quadrático médio multivariado.** ENEGEP, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

PATTNAIK, S; KARUNAKAR, D.B; JHA, P.K. **Modeling and parametric optimization of investment casting process by uniting desirability function approach and fuzzy logic.** Journal of Intelligent & Fuzzy Systems 26, p. 1235–1244, 2014.

PESSANHA, J. E. O.; PRADA, R; PAZ, A. A. **Aplicação do método GMRES em estudos de estabilidade de sistemas de energia elétrica.** Revista Controle & Automação, vol.23 no.3, p. 321-330, 2012.

SAATY, T. L. A scaling method for priorities in hierarchical structures. **Journal of Mathematical Psychology**, v 15, p. 234-281, 1977.

SANTANA, R. A. C.; OLIVEIRA, A. L. M.; CAMPOS, A. R. N.; PRASAD, S.. **Otimização das condições de operação para eletrodeposição da liga Ni-W usando a metodologia de superfície de resposta.** Revista Eletrônica de Materiais e Processos, p.1-9, 2013.

SEKULSKI, Z.. **Ship Hull Structural Multiobjective Optimization by Evolutionary Algorithm.** Journal of Ship Research, v. 58, no. 2, p. 45–69, 2014.

SHAH, R; REED.P.. **Comparative analysis of multiobjective evolutionary algorithms for random and correlated instances of multiobjective d-dimensional knapsack problems.** European Journal of Operational Research v.211, p. 466–479, 2011.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S. A Fuzzy Goal Programming model for solving aggregate production-planning problems under uncertainty: A case study in a Brazilian sugar mill. **Energy Economics**, v.45, p.196-204, 2014.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S. Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. **Production**, v.25, n.1, p. 92-112, 2015.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S.; MONTEVECHI, J. A. B. Multi-choice mixed integer goal programming optimization for real problems in a sugar and ethanol milling company. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 9, p. 6146-6162, 2013.

VAN GYSEGHEM, E.; JIMIDAR, M.; SNEYERS, R.; REDLICH, D.; VERHOEVEN, E.; MASSART, D. L.; VANDER HEYDEN, Y. **Selection of Reversed-Phase Liquid Chromatographic Columns with Diverse Selectivity Towards the Potential Separation of Impurities in Grugs.** Journal of Chromatography A, n. 1042, p.69-80, 2004.

ZELNY, M. Compromise programming. In: J. **Cochrane e M. Zeleny, editors, Multiple Criteria Decision Making**. University of South Carolina Press, Columbia, 1973.

WU, F. C. **Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function**. *Quality Engineering*, v. 17, n. 1, p. 119-126, 2005.