Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

O Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem para Estimação de Atitude e Bias de Giros

William R. Silva, **Hélio K. Kuga**,
Divisão de Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE),
Av. dos Astronautas, 1758, Jd. da Granja, CEP:12227-010, São José dos Campos, SP, Brazil.
E-mail: reis.william@gmail.com, helio.kuga@inpe.br,

Maria C. Zanardi
Universidade Federal do ABC (UFABC)
Av. dos Estados, 5001, Bangu, CEP:09210-580, Santo André, SP, Brazil.
E-mail: mceciliazanardi@gmail.com

Resumo: *Este trabalho descreve a determinação de atitude e a estimação de bias de giros usando do Filtro H_∞ Estendido e Segunda Ordem para sistemas não lineares. Tal filtro usa a série de Taylor para aproximar as não linearidade da dinâmica conhecida e assume que os ruídos têm propriedades estatísticas conhecidas. A aplicação utiliza dados de medidas de um satélite real CBERS-2 (China Brazil Earth Resources Satellite 2). O modelo cinemático da atitude é descrito por equações não lineares envolvendo os ângulos de Euler. Os sensores de atitude disponíveis são dois DSS (Digital Sun Sensors), dois IRES (Infra-Red Earth Sensor) e um triedro de giros mecânicos. De acordo com a teoria, em comparação com o filtragem Kalman, a filtragem H_∞ tem algumas vantagens na estimação de estados. No Filtro H_∞, a natureza é considerada perversa e procura ativamente degradar a estimação de estados tanto quando possível, enquanto isso no Filtro de Kalman, a natureza é considerada indiferente. Assim, o Filtro H_∞ Estendido é simplesmente uma versão robusta dos Filtro de Kalman Estendido pois adiciona tolerâncias a ruídos e dinâmica não modelados. Ao usar o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, a meta é destacar e ampliar as propriedades do Filtro H_∞ em termos de suas característica favoráveis. Os resultados neste trabalho mostram que se pode melhorar a precisão na determinação de atitude com os requerimentos prescritos, além de fornecer a estimativa dos bias dos giros que pode ser usada para realçar o modelo de erro dos giros. Sabe-se que giros apresentam algumas fontes de erros tal com os bias que é o mais problemático, pois com o tempo, a acumalação de erros pioram a precisão no processo de estimação, além disso os bias devem ser levados em conta no processo de determinação de atitude para garantir o sucesso da missão.*

Palavras-chave: *Estimação Ótima, Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, Bias de Giros*

1 Introdução

Estimação de atitude é um processo de determinação da orientação de um satélite com respeito a um sistema de referência inercial processando dados de sensores de atitude. Depois de dado um vetor de referência, o sensor de atitude mede a orientação desse vetor com respeito a uma referência fixa no sistema do satélite. Assim, é possível estimar a orientação do satélite procesando computacionalmente esse vetor usando métodos de estimação de atitude.

Neste trabalho a atitude é representada pelos ângulos de Euler. No caso do CBERS-2, a estabilização de atitude é feita em três eixos geo-apontados e pode-se descrever sua relação com o sistema orbital. Nesse sistema, o movimento ao redor da direção da velocidade orbital é chamada *roll* (ϕ), o movimento ao redor da direção normal a órbita é chamada *pitch* (θ) e finalmente o movimento ao redor da direção Zenith/Nadir é chamada *yaw* (ψ). Ver Figura 1.

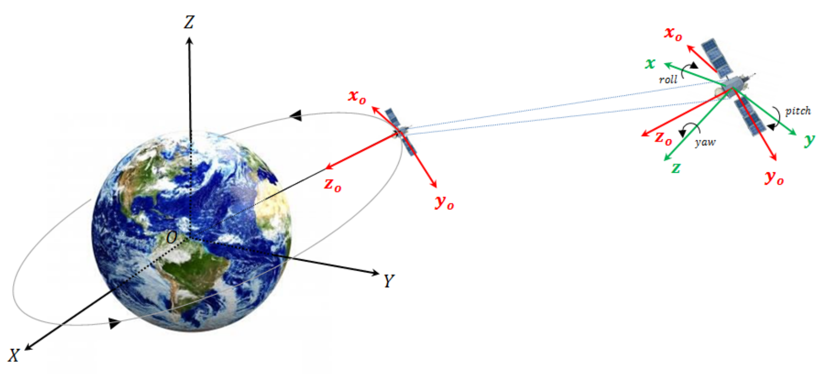

Figura 1: Ilustração para representar o sistema oribtal local $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o)$ e o sistema de atitude $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$

A matriz de tranformação R apresentada nas Referências [2, 3, 7] na sequência 3-2-1, relaciona o sistema de coordenadas no corpo de satélite $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ com o sistema orbital local $(\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o)$.

A estimação de estados é realizada pelo Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, este método é capaz de estimar estados de sistemas não lineares com dados de diferentes sensores de atitude. Foi considerado dados reais fornecidos de dois IRES (Infra-Red Earth Sensor), dois DSS (Digital Sun Sensors) e um triedro do giros mecânicos. Os dois IRES fornecem a medidas direta dos ângulos *roll* e *pitch* com um certo nível de erro. Os dois DSS são montados no satélite de tal forma que fornecem uma função não linear dos ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw*. Os giros são alinhados aos três eixos dos satélites e fornecem a medidas da velocidades angulares com bias no sitema de referência do corpo. A medidas utilizadas nessa pesquisa, foram registradas pelo Centro de Controle de Satélites do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) [3, 7].

A filtragem H_∞ minimiza o pior caso de estimação de erro, sendo mais robusto que na filtragem de Kalman. O Filtro H_∞ é baseado na aproximação da teoria de jogos que foi originariamente desenvolvida na Referência [1] e posteriormente na Referência [5] e [6]. Sua forma estendida é discutida na Referência [4].

2 O Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem

Considere um sistema discreto não linear

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} &= f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k) + \boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{y}_k &= h(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k \end{aligned} \tag{1}$$

em que k índice de tempo discreto, $\boldsymbol{x}_{k+1}$ e $\boldsymbol{y}_k$ são os vetores de estados e de medidas com dimensões n e m respectivamente, $\boldsymbol{w}_k$ e $\boldsymbol{v}_k$ são os ruídos do processo e de medida, os termos desses ruídos podem ser aleatórios com estatística possivelmente conhecida e média diferente de zero, ou eles podem ser determinísticos. O termo $\boldsymbol{u}_k$ é a entrada de controle, $f(.)$ e $h(.)$ são vetores de funções não lineares que são diferenciáveis com respeito a $\boldsymbol{x}_k$.

Logo, a expansão em série de Taylor de $f(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k)$ e $h(\boldsymbol{x}_k)$ ao redor do ponto nominal $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ (o estado estimado) é

$$f(\boldsymbol{x}_k) = f(\hat{\boldsymbol{x}}_k) + \left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k) \tag{2}$$

$$h(\boldsymbol{x}_k) = h(\hat{\boldsymbol{x}}_k) + \left.\frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k) \tag{3}$$

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0166

A meta é estimar a combinação linear de estados. Isto é, deseja-se estimar $\boldsymbol{z}_k$, que é dado por

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{L}_k \boldsymbol{x}_k \tag{4}$$

em que $\boldsymbol{L}_k$ é uma matriz usualmente definida com posto completo. Desejando estimar diretamente o estado $\boldsymbol{x}_k$ como no Filtro de Kalman, então $\boldsymbol{L}_k = \boldsymbol{I}$. A estimativa de $\boldsymbol{z}_k$ é indicada como $\hat{\boldsymbol{z}}_k$ e a estimativa do estado inicial $\boldsymbol{x}_0$ é $\hat{\boldsymbol{x}}_0$.

O critério de desenvolvimento do Filtro H_∞ Estendido precisa encontrar $\hat{\boldsymbol{z}}_k$ que minimiza $(\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k)$ para qualquer $\boldsymbol{w}_k$, $\boldsymbol{v}_k$ e $\boldsymbol{x}_0$. Considerando o pior cenário, assume-se que a natureza é nossa adversária e encontra $\boldsymbol{w}_k$, $\boldsymbol{v}_k$ e $\boldsymbol{x}_0$ para maximizar $(\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k)$ [4, 8]. Assim, a função custo usada é:

$$J_1 = \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} \|\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k}}{\|\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0\|^2_{\boldsymbol{P}_0^{-1}} + \displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} \left(\|\boldsymbol{w}_k\|^2_{\boldsymbol{Q}_k^{-1}} + \|\boldsymbol{v}_k\|^2_{\boldsymbol{R}_k^{-1}} \right)} \tag{5}$$

A notação $\|\boldsymbol{x}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k}$ é definida como o quadrado de $\boldsymbol{x}_k$ ponderado por $\boldsymbol{S}_k$, ou a norma L_2 de $\boldsymbol{x}_k$, isto é, $\|\boldsymbol{x}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k} = \boldsymbol{x}_k^T \boldsymbol{S}_k \boldsymbol{x}_k$. As matrizes de ponderação $\boldsymbol{P}_0$, $\boldsymbol{Q}_k$, $\boldsymbol{R}_k$ e $\boldsymbol{S}_k$ são matrizes positivas definidas e simétricas escolhida pelo usuário com base no problema específico.

A direta minimização de J_1 na Equação (5) não viável, assim escolhe-se um coeficiente de performance específico γ que permite uma estratégia de estimação que satisfaça tal limiar. Isto é, tentaremos encontrar uma estimativa de $\hat{\boldsymbol{z}}_k$ que resulte em

$$J_1 < \frac{1}{\gamma} \tag{6}$$

Rearranjando a Equação (5) temos:

$$J = -\frac{1}{\gamma} \|\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0\|^2_{\boldsymbol{P}_0^{-1}} + \sum_{k=0}^{N-1} \left[\|\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_k\|^2_{\boldsymbol{S}_k} - \frac{1}{\gamma} \left(\|\boldsymbol{w}_k\|^2_{\boldsymbol{Q}_k^{-1}} + \|\boldsymbol{v}_k\|^2_{\boldsymbol{R}_k^{-1}} \right) \right] < 1 \tag{7}$$

Uma vez que $\boldsymbol{v}_k = \boldsymbol{y}_k - h(\boldsymbol{x}_k)$, $\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{L}_k \boldsymbol{x}_k$, $\hat{\boldsymbol{z}}_k = \boldsymbol{L}_k \hat{\boldsymbol{x}}_k$ e definindo $\bar{\boldsymbol{S}}_k = \boldsymbol{L}_k^T \boldsymbol{S}_k \boldsymbol{L}_k$. Assim a Equação (7) pode ser reescrita como

$$J^* = \min_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} \max_{\boldsymbol{w}_k, \boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{x}_0} J \tag{8}$$

Em que

$$J = -\frac{1}{\gamma} \|\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_0\|^2_{\boldsymbol{P}_0^{-1}} + \sum_{k=0}^{N-1} \left[\|\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k\|^2_{\bar{\boldsymbol{S}}_k} - \frac{1}{\gamma} \left(\|\boldsymbol{w}_k\|^2_{\boldsymbol{Q}_k^{-1}} + \|\boldsymbol{y}_k - h(\boldsymbol{x}_k)\|^2_{\boldsymbol{R}_k^{-1}} \right) \right] \tag{9}$$

Para resolver o problema de minimax na Equação (9), um ponto estacionário de J com respeito a $\boldsymbol{x}_0$ e $\boldsymbol{w}_k$ precisa ser encontrado primeiro, e então um ponto estacionário de J com respeito a $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ e $\boldsymbol{y}_k$ precisa ser encontrado também [8].

2.1 A Solução do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem

Considere o problema de minimax na Equação (9), usando a expansão em série de Taylor descrita nas Equações (2) e (3) para aproximar a função não linear na Equação (1). A solução do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, apresentada para o espaço de estado, é dada por [4]:

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_k \left[\boldsymbol{I} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k \boldsymbol{P}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_k \right]^{-1} \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \tag{10}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = f(\hat{\boldsymbol{x}}_k, \boldsymbol{\mu}_k) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \varphi_i^f tr \left[\left.\frac{\partial^2 f_i}{\partial \boldsymbol{x}_k^2}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} \bar{\boldsymbol{P}}_k \right] + \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{K}_k \tilde{\boldsymbol{y}}_k \tag{11}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1} = \boldsymbol{F}_k \boldsymbol{P}_k \left[\boldsymbol{I} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k \boldsymbol{P}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_k \right]^{-1} \boldsymbol{F}_k^T + \boldsymbol{Q}_k \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{k+1} = \left(\boldsymbol{F}_k \boldsymbol{F}_k^T + \xi \boldsymbol{I} \right)^{-1} \boldsymbol{F}_k \left(\boldsymbol{G}_k \boldsymbol{\lambda}_k - \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \tilde{\boldsymbol{y}}_k \right) \tag{13}$$

$$\bar{\boldsymbol{P}}_{k+1} = \eta \bar{\boldsymbol{P}}_k + (1-\eta) \boldsymbol{P}_k \boldsymbol{\lambda}_k \boldsymbol{\lambda}_k^T \boldsymbol{P}_k^T \tag{14}$$

em que $\varphi_i = \begin{bmatrix} 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}^T$ onde o número 1 está sempre no $i$ésimo elemento da matriz; $\boldsymbol{F}_k = \left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k}$; $\boldsymbol{H}_k = \left.\frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}_k}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k}$; o resíduo $\tilde{\boldsymbol{y}}_k = \boldsymbol{y}_k - h(\hat{\boldsymbol{x}}_k) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \varphi_i^h tr \left[\left.\frac{\partial^2 h_i}{\partial \boldsymbol{x}_k^2}\right|_{\hat{\boldsymbol{x}}_k} \bar{\boldsymbol{P}}_k \right]$; o termo $\boldsymbol{\lambda}_k$ é o multiplicador de Lagrange; ξ é positivo e escalar e $0 < \eta \leq 1$. Além disso, o valor de γ deve satisfazer a Equação (15) para assegurar que o valor otimizado de $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ é um mínimo local de J, isto é

$$\boldsymbol{P}_k^{-1} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k > 0 \tag{15}$$

Logo, A expressão $\boldsymbol{P}_k^{-1} - \gamma \bar{\boldsymbol{S}}_k + \boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k$, deve ser positiva definida.

3 Simulação Computacional e Resultados

O sistema não linear que representa as equações de processo e de medida para o satélite CBERS-2 é dada por [3, 7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\varepsilon_x} \\ \dot{\varepsilon_y} \\ \dot{\varepsilon_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_0 \sin\psi + (g_x - \varepsilon_x) + \theta(g_z - \varepsilon_z) \\ \omega_0 \cos\psi + (g_y - \varepsilon_y) + \phi(g_z - \varepsilon_z) \\ \omega_0 \left(\phi\cos\psi - \theta\sin\psi \right) + (g_z - \varepsilon_z) + \phi(g_y - \varepsilon_y) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \boldsymbol{w} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{y}_k = \begin{bmatrix} \arctan\left(\dfrac{-(S_{0y} - \psi S_{0x} + \phi S_{0z})}{(S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z})\cos 60^\circ + (S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z})\cos 150^\circ} \right) \\ 24^\circ + \arctan\left(\dfrac{S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z}}{S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}} \right) \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} + \boldsymbol{\upsilon}_k \tag{17}$$

Lembrando que, o vetor de estado é composto pelos ângulos de atitude ϕ, θ, ψ, e pelos bias dos giros ε_x, ε_y, ε_z; o termo ω_0 é a velocidade angular que representa a taxa orbital de navegação com relação à Terra. Os termos g_x, g_y e g_z são as componentes do vetor de saída do giroscópioa; as matrizes $\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} w_\phi & w_\theta & w_\psi & w_{\varepsilon_x} & w_{\varepsilon_y} & w_{\varepsilon_z} \end{bmatrix}^T$ e $\boldsymbol{\upsilon}_k = \begin{bmatrix} \upsilon_{\alpha_\psi} & \upsilon_{\alpha_\theta} & \upsilon_{\phi_H} & \upsilon_{\theta_H} \end{bmatrix}^T$ são os ruídos de processo e de medida, respectivamente; e os termos S_{0x}, S_{0y} e S_{0z} são as componentes do vetor solar nos sistema de coordenada orbital [2].

O algoritmo de estimação pelo Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem foi implentado através do software MatLab sob condições iniciais $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 5{,}76 & 4{,}64 & 2{,}68 \end{bmatrix}^T$ com matriz de covariância $\boldsymbol{P}_0 = diag\,(0,025; 0,025; 1,0; 2,0; 2,0; 2,0)$; covariância do processo $\boldsymbol{Q}_0 = diag\,(0,1; 0,1; 0,1; 0,01; 0,01; 0,005)$ e de medida $\boldsymbol{R}_0 = diag\,(0,6; 0,6; 0,06; 0,06)$; covariância auxiliar $\bar{\boldsymbol{P}}_0 = diag\,(0,025; 0,025; 1,0; 2,0; 2,0; 2,0)$ e multiplicador de Lagrange inicial $\boldsymbol{\lambda}_0 = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{bmatrix}^T$

A Figuras 2, 3 e 4, apresentam os ângulos de atitude e bias dos giros estimados usando o Filtro H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e o Filtro Kalman Estendido, usado como referência [3]. Para os Filtros H_∞ Estendido, os parâmetros usados foram $\gamma = 1/3$, $\eta = 0,9$ e $\xi = 1,3$; as matrizes $\boldsymbol{L}_k$ and $\boldsymbol{S}_k$ são ambas matrizes identidades. Foi observado que durante o período analisado que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem alcançou a convergência.

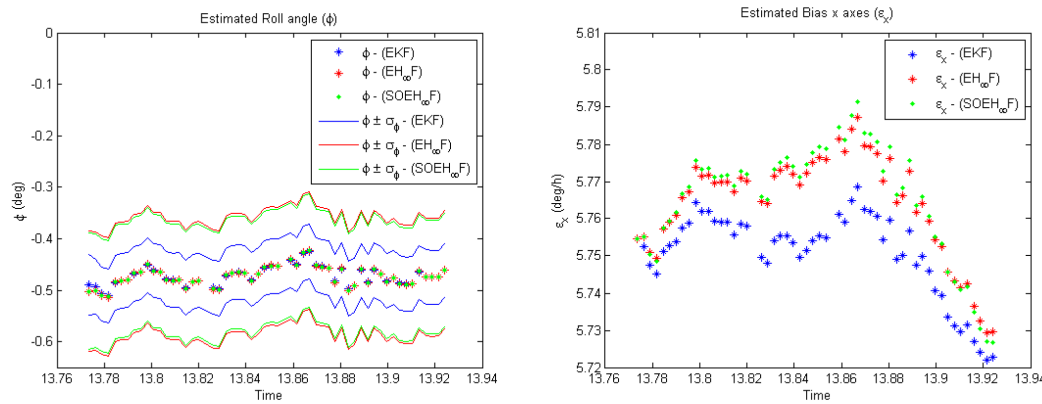

Figura 2: Ângulo *roll* e bias do giro ao redor do eixo **x** estimado pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido

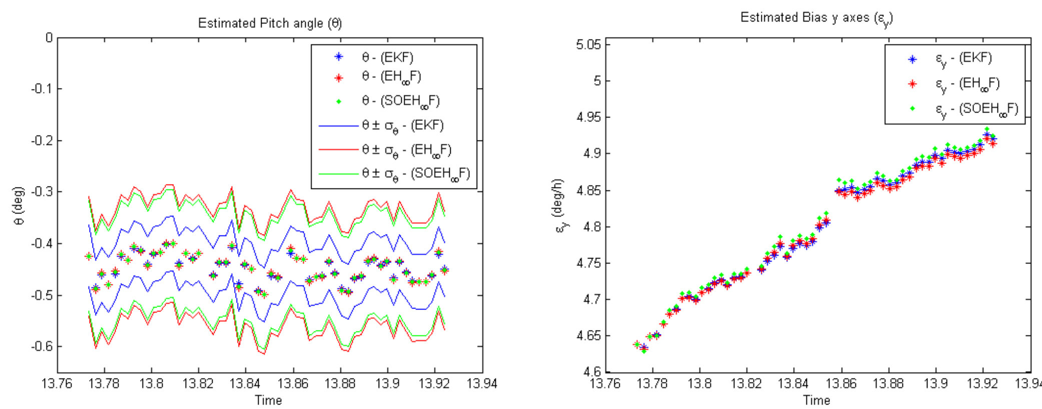

Figura 3: Ângulo *pitch* e bias do giro ao redor do eixo **y** estimado pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido

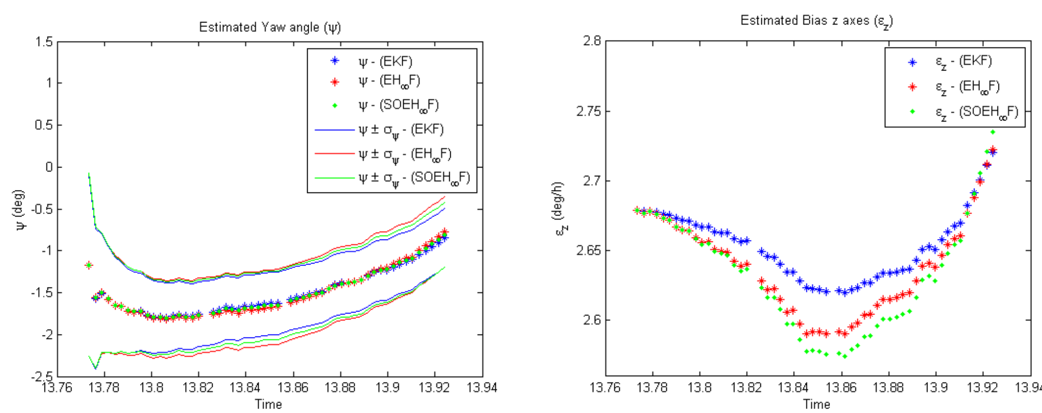

Figura 4: Ângulo *yaw* e bias do giro ao redor do eixo **z** estimado pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido

Pela conduta dos ângulos *roll* e *pitch* estimados (Figura 2 e 3 à esquerda, respectivamente) é observado que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem fornece resultados satisfatórios, de acordo com a referência, mas com grandes desvios padrões. Pela conduta do bias ao redor do eixo $\mathbf{x}$ estimado (Figura 2 à direita) apresenta um pequenos desvio mas consistente com os resultados da referência. Porém, a conduta do bias ao redor do eixo $\mathbf{y}$ estimado (Figura 3 à direita) apresenta resultados similares ao da referência.

Finalmente, conduta dos ângulos *yaw* estimados (Figura 4 à esquerda) é observado que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem apresenta resultados similares ao da referência. A conduta do bias ao redor do eixo $\mathbf{z}$ estimado (Figura 4 à direita) apresenta um pequenos desvio mas novamente consistente a referência.

Nas Figuras 5 e 6 apresentam as covariância dos ângulos de atitude e dos bias dos giros, respectivamente, pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido.

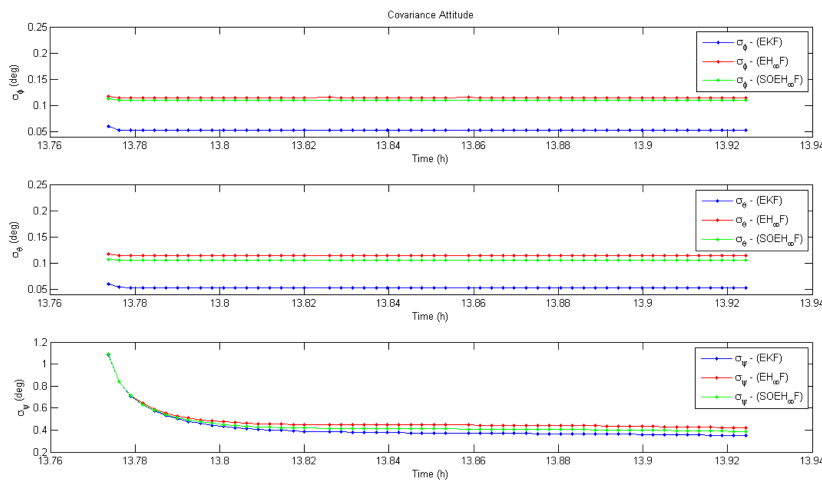

Figura 5: Covariância da Atitude pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido

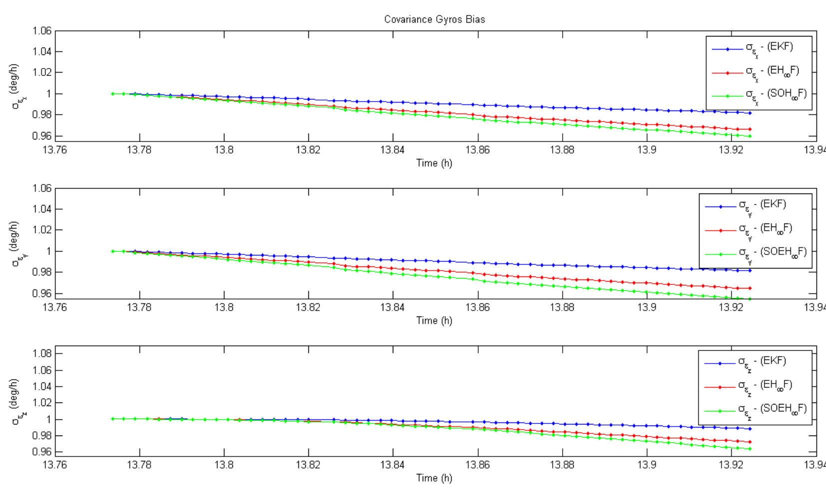

Figura 6: Covariância dos Bias dos Giros pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido

Analisando os resultados, é observado que a covariância da atitude são maiores nos Filtros H_∞ Estendido que no Filtro de Kalman Estendido. Em contra partida, a covariância dos bias dos giros nos Filtros H_∞ Estendido apresentam melhores resultados que no Filtro de Kalman

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0166

Estendido, indo para pequenos valores rapidamente. Assim, para a calibração de giros, o Filtro H_∞ de Segunda Ordem fornece resultados mais relevantes.

4 Conclusões

O objetivo desse estudo foi estimar a atitude do satélite CBERS-2, usando dados reais fornecidos por sensores que estam à bordo do satélite. Para validar, a atitude foi estimada pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido, considerado com referência.

O uso de dados reais de sensores à bordo, atribui dificuldades como não modelamento de ruídos, desalinhamento, sem presupor o erro sistemático pós-lançamento. Portanto, é observado que a estimação de atitude pelos Filtros H_∞ Estendido estam de acordo com resultados anteriores [3] que fez uso o Filtro de Kalman Estendido para estimação de atitude.

Assim, resguardada pela robustes do método de estimação, notou-se que os resultados são similares com a referência, porém a covariância dos giros para o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem fornece resultados supostamente mais precisos para calibração dos giros.

Finalmente, pode-se concluir que o algoritmo do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem converge, fornecendo a solução da cinemática de atitude e dos bias dos giros com precisão superior quando comparada com o Filtro de Kalman Estendido.

5 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro recebido pela CAPES, FAPESP (grant #2012/ 21023-6), CNPQ (grant #303119/ 2010-1), e pelo suporte parcial do projeto SIA-DCTA-INPE sob contrato FINEP 0.1.06.1177.03

Referências

[1] R. Banavar, "A game theoretic approach to linear dynamics estimation", Doctoral Dissertation, University of Texas at Austin, Austin, Texas, 1992.

[2] H. Fuming, H. K. Kuga,CBERS simulator mathematical models, *CBTT Project, CBTT/ 2000/ MM/ 001*, 1999 (1999) 1-12.

[3] R. V. Garcia, H. K. Kuga, M. C. Zanardi, Unscented Kalman filter applied to the spacecraft attitude estimation with euler angles, *Mathematical Problems in Engineering*, 2012 (2012) 1-12.

[4] J. S. Hu, C. H. Yang, Second-Order Extended H_∞ Filter for Nonlinear Discrete-Time Systems Using Quadratic Error Matrix Approximati, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59 (2011) 3110 - 3119.

[5] X. Shen, L. Deng, Discrete H_∞ filter design with application to speech enhancement, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2 (1995) 1504 - 1507.

[6] X. Shen, L. Deng, Game theory approach to H_∞ discrete filter design, *IEEE Transactions on Signal Processing*, (1997) 1092 - 1094.

[7] W. R. Silva, H. K. Kuga, M. C. Zanardi, Application of the Extended H_∞ Filter for Attitude Determination and Gyro Calibration, *24th AAS/AAIA Space Flight Mechanics Meeting*, (2014) 1-15.

[8] D. Simon, "Optimal State Estimation: Kalman, H_∞, and Nonlinear Approaches", Wiley, New York, 2006.

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0166