

ESTUDO SOBRE A SINTONIZAÇÃO DE META-HEURÍSTICAS POR MEIO DE UM ALGORITMO DE CORRIDA ORIENTADO POR HEURÍSTICA

Eduardo B. M. Barbosa

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Rod. Presidente Dutra, Km 40 - Cachoeira Paulista, SP - 12630-000
eduardo.barbosa@inpe.br

Edson L. F. Senne

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)
Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333 - Guaratinguetá, SP - 12516-410
edson.senne@unesp.br

RESUMO

Algoritmos para problemas de otimização (exatos e de aproximação), em geral, consideram opções de projeto e parâmetros específicos que precisam ser cuidadosamente definidos para alcançar o melhor desempenho. Embora tenha a sua importância reconhecida, a sintonização de algoritmos, em especial das meta-heurísticas, muitas vezes, ainda é realizada de maneira *ad hoc* por meio de abordagens informais. O presente artigo apresenta um método heurístico para auxiliar a sintonização de meta-heurísticas combinando Planejamento de Experimentos e algoritmo de corrida. A vantagem de combinar diferentes estratégias em um único método heurístico pode ser resumida na habilidade de definir um espaço de busca, e na eficiência de concentrar as buscas sobre as configurações candidatas nesse espaço de busca. A viabilidade desta abordagem é analisada em um estudo de caso com a meta-heurística Recozimento Simulado, aplicada ao clássico Problema do Caixeiro Viajante. Os resultados são comparados considerando a mesma meta-heurística sintonizada por meio de um método de corrida. A abordagem proposta mostrou-se eficaz quanto ao processo de sintonização, em especial, em termos do tempo global de sintonização.

PALAVRAS CHAVE. Meta-heurísticas. Sintonização. Otimização Combinatória.

Tópicos: Meta-heurísticas, Otimização Combinatória, Estatística.

ABSTRACT

Algorithms for optimization problems (exact and approximative) generally consider design options and specific parameters that need to be carefully defined to achieve the best performance. Although its importance is recognized, the tuning of algorithms, especially for metaheuristics, in general, is still carried out in ad hoc way through informal approaches. This paper presents a heuristic method to aid in the fine-tuning of metaheuristics combining Design of Experiments and racing algorithm. The advantage of combining different strategies in a single heuristic method can be summarized in the ability to define a search space, and in the efficiency of focus the searches on the candidate configurations in that search space. The viability of this approach is analyzed in a case study with the Simulated Annealing metaheuristic applied to the classic Traveling Salesman Problem. The results are compared considering the same metaheuristic tuned by means of a racing method. The proposed approach proved to be effective in the tuning process, especially in terms of the overall tuning time..

KEYWORDS. Metaheuristics. Fine-tuning. Combinatorial Optimization

Paper topics: Metaheuristics, Combinatorial Optimization, Statistics.

1. Introdução

Grande parte dos problemas de otimização exigem um esforço computacional demasiado em sua resolução. Os métodos exatos (por exemplo, *branch and bound*, programação linear inteira, etc.) empregam algoritmos para garantir a solução ótima, mas podem ser ineficientes e demorados quando confrontados com problemas reais (com muitas variáveis e restrições). Por outro lado, os algoritmos de aproximação, tais como busca local, heurísticas e meta-heurísticas, nem sempre garantem a otimização, mas frequentemente encontram soluções de boa qualidade (algumas vezes, a solução ótima) para problemas de difícil resolução, em tempo aceitável.

Geralmente, os algoritmos para problemas de otimização (exatos e de aproximação) consideram opções de projeto e parâmetros específicos que precisam ser cuidadosamente definidos para alcançar o melhor desempenho. Por exemplo, no *software* de otimização CPLEX (URL: www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer), dezenas de parâmetros podem afetar o processo de otimização, como a estratégia de ramificação, enquanto um algoritmo de base evolutiva requer configurações específicas para a taxa de mutação, operador de recombinação e tamanho da população, de acordo com o problema em estudo. No entanto, maximizar o desempenho desses algoritmos nem sempre é trivial, uma vez que eles abrangem um grande número de parâmetros [Hutter et al., 2010; Thornton et al., 2013; Hutter et al., 2014; López-Ibáñez e Stützle, 2014].

Embora tenha a sua importância reconhecida, a sintonização de algoritmos, em especial das meta-heurísticas, muitas vezes, é realizada de maneira *ad hoc* por meio de abordagens tediosas, não confiáveis, de baixa replicação, propensas a erros e dispendiosas. Devido a essas desvantagens, há na comunidade científica um crescente interesse em relação aos métodos de sintonização, incluindo o uso de planejamento de experimentos [Coy et al., 2001; Adenso-Díaz e Laguna, 2006; Ridge e Kudenko, 2007], algoritmos de corrida [Birattari et al., 2002], redes neurais [Dobslaw, 2010; Calvet et al., 2016], conjuntos Fuzzy [Ries et al., 2012], modelagem estatística [Bartz-Beielstein, 2005; Hutter et al., 2011] e outros.

Este artigo apresenta um método heurístico para sintonização de meta-heurísticas por meio do uso combinado de Planejamento de Experimentos (em Inglês, *Design of Experiments* - DOE) [Montgomery, 2012] e algoritmo de corrida [Birattari et al., 2002]. As características dos diferentes métodos de sintonização da literatura podem ser identificadas na abordagem proposta. A vantagem de combinar diferentes estratégias pode ser resumida na habilidade de definir um espaço de busca, e na eficiência de concentrar as buscas sobre as configurações candidatas nesse espaço de busca. Para confirmar a viabilidade desta abordagem, apresenta-se um estudo de caso com a meta-heurística Recozimento Simulado aplicada ao clássico Problema do Caixeiro Viajante.

O restante deste artigo está organizado da seguinte maneira: a Seção 2 apresenta o problema da sintonização de meta-heurísticas e as diferentes estratégias para resolvê-lo, incluindo a abordagem proposta neste estudo. Na Seção 3, há um apanhado sobre a meta-heurística e problema considerados em um estudo de caso. O estudo de caso para sintonização da meta-heurística Recozimento Simulado é apresentado na Seção 4. Esta seção traz, também, a análise dos resultados. As considerações finais estão na Seção 5.

2. O Problema de Sintonização de Meta-heurísticas

Informalmente, o problema de sintonização de meta-heurísticas consiste em determinar valores para os parâmetros, que permitem um algoritmo alcançar o melhor desempenho possível em tempo aceitável. Este problema pode ser formalizado da seguinte maneira: seja M uma meta-heurística qualquer, com um conjunto de parâmetros, aplicada na resolução de problemas da classe P . Os parâmetros $(\alpha, \beta, \dots, \zeta)$ de M podem assumir um conjunto finito de valores e sua cardinalidade pode variar extensivamente de acordo com M e P estudados. Se Θ é um conjunto de configurações candidatas, tal que $\theta \in \Theta$ é uma alternativa de configuração para M , então o problema de sintonização de meta-heurísticas pode ser formalizado como um espaço de estados:

$$S = (\Theta, P) \quad (1)$$

no qual se pretende descobrir qual é a melhor configuração $\theta \in \Theta$ para M resolver problemas da classe P . Portanto, a melhor configuração de M é uma alternativa em (1) e sua determinação, na pior hipótese, se dá por meio de uma busca completa no espaço de estados S .

2.1 Estratégias de Sintonização

A maneira mais intuitiva para resolver o problema de sintonização de meta-heurísticas é uma estratégia de força bruta, em que o poder computacional é atribuído uniformemente para todas as configurações candidatas previamente definidas em (1). Essa abordagem realiza uma busca completa no espaço de estados de tal forma que o mesmo número de experimentos é realizado para cada alternativa (Figura 1). Evidentemente, uma desvantagem dessa abordagem é o tempo computacional, uma vez que alternativas de qualidade inferior são testadas tanto quanto aquelas alternativas consideradas boas.

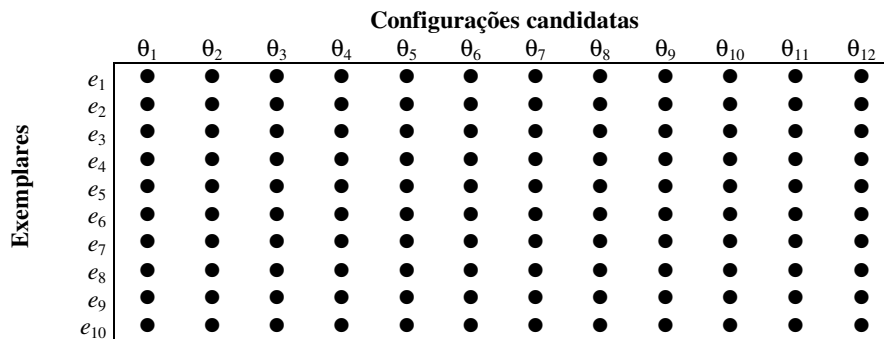


Figura 1. Esquema ilustrativo de sintonização (estratégia força bruta).

Para evitar esse problema, a estratégia de corrida [Birattari et al., 2002; Balaprakash et al., 2007; López-Ibáñez et al., 2016] emprega estatística robusta para avaliar as configurações candidatas durante o processo de sintonização e descartar aquelas consideradas estatisticamente inferiores, assim que coletar evidências suficientes contra elas (Figura 2).

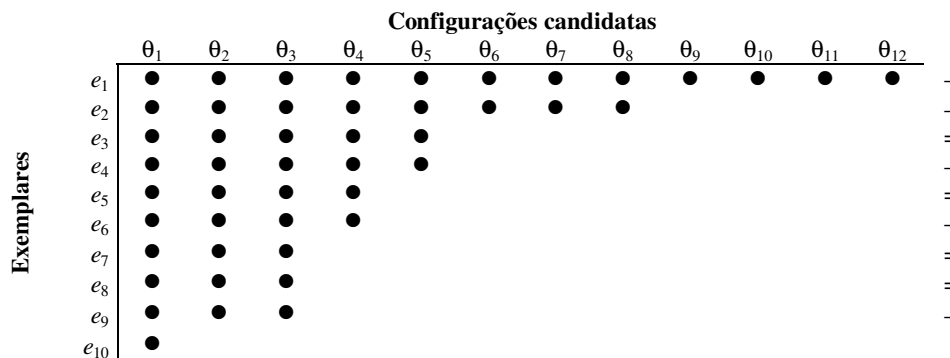


Figura 2. Esquema ilustrativo de sintonização (estratégia de corrida). (–) Ao menos uma alternativa descartada; (=) Nenhuma alternativa descartada.

A vantagem da estratégia de corrida sobre a estratégia de força bruta consiste na melhor alocação de recursos computacionais para as configurações candidatas. Isto é, ao invés de desperdiçar tempo computacional para estimar o desempenho de candidatos de qualidade inferior, a estratégia de corrida se concentra nas alternativas mais promissoras. Essa característica garante uma seleção mais precisa da melhor configuração candidata.

No entanto, mesmo considerando a eficiência da estratégia de corrida, ambas as abordagens (força bruta e corrida) compartilham uma característica comum, isto é, o conjunto

inicial de configurações candidatas, que precisa ser definido *a priori*. A cardinalidade inicial desse conjunto é determinante para o sucesso do processo sintonização, uma vez que um conjunto mais fracionado, ou seja, com mais alternativas, implica em uma cobertura melhor do espaço de estados (1). Portanto, de acordo com a cardinalidade do conjunto de configurações candidatas, sua avaliação inicial é lenta nas duas estratégias. As Figuras 1 e 2 ilustram essa discussão e permitem observar a semelhança no início do processo de sintonização.

2.2 Algoritmo de Corrida Orientado por Heurística

Diferente das abordagens tradicionais, o que se propõe na abordagem por meio de um Algoritmo de Corrida Orientado por Heurística (em Inglês, *Heuristic Oriented Racing Algorithm* - HORA) [Barbosa e Senne, 2017a, 2017b] é a construção do conjunto de configurações candidatas durante o processo de sintonização. Isto é, a partir da criação de alternativas sob demanda na vizinhança de uma configuração candidata promissora, resultando em uma sequência de conjuntos de configurações candidatas:

$$\Theta_0 \Rightarrow \Theta_1 \Rightarrow \Theta_2 \Rightarrow \dots$$

Neste processo, da iteração k para uma iteração $k+1$, o conjunto Θ_k resulta em um novo conjunto Θ_{k+1} possivelmente descartando as alternativas consideradas estatisticamente inferiores. No entanto, dado que algumas alternativas de Θ_k podem persistir em Θ_{k+1} , essas alternativas serão testadas sobre um número maior de exemplares. Para ilustrar (Figura 3), seja um espaço de estados qualquer em que a cada iteração k , são criadas $m = 3$ configurações candidatas. Ao final de uma iteração k , todas as alternativas presentes em Θ são avaliadas e aquelas com qualidade inferior são descartadas. Por isso, a cardinalidade de Θ é dinâmica, isto é, aumenta ou diminui durante o processo de sintonização.

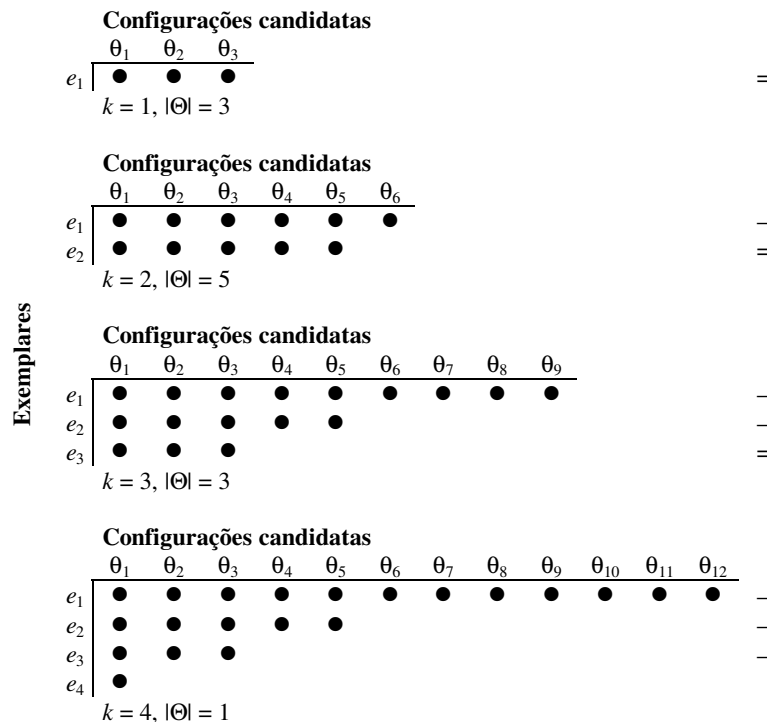


Figura 3. Esquema ilustrativo de sintonização (estratégia HORA). (—) Ao menos uma alternativa descartada; (=) Nenhuma alternativa descartada.

Ressalta-se, no entanto, que todas as alternativas criadas durante o processo de sintonização são avaliadas sobre os mesmos exemplares previamente utilizados nas avaliações

das configurações candidatas persistentes. O processo segue em ciclo na busca por novas alternativas até atingir um critério de parada (por exemplo, número de alternativas em Θ , tempo de execução, entre outros).

3. Sintonização de Meta-heurísticas para o Problema do Caixeiro Viajante

Os problemas de otimização são comuns em muitas áreas, por exemplo, ciência, engenharia, administração e negócios, e em diferentes domínios. Muitos desses problemas são da classe NP-difícil [Lenstra et al., 1977], intrinsecamente complexos, e demandam esforço computacional demasiado em sua resolução. As meta-heurísticas são estratégias de alto nível que direcionam outros algoritmos na exploração do espaço de soluções dos problemas de otimização. Em geral, esses algoritmos possuem uma diversidade de parâmetros que devem ser sintonizados de acordo com o problema em estudo.

Apresenta-se a seguir um estudo para ilustrar a aplicação do método HORA na sintonização da meta-heurística Recozimento Simulado para solução do Problema do Caixeiro Viajante, um problema extensamente estudado na literatura e uma referência para novas ideias algorítmicas.

3.1 Problema do Caixeiro Viajante

Um dos problemas de rotas mais célebres é o Problema do Caixeiro Viajante (em Inglês, *Traveling Salesman Problem* - TSP). A simplicidade da concepção e sua aparente intratabilidade fazem o TSP desempenhar um papel de referência na literatura. As principais técnicas algorítmicas em otimização combinatória têm o TSP como um dos problemas de *benchmark* motivadores. Exceto para alguns casos especiais, a resolução do TSP é difícil, tal qual o problema de determinar um ciclo Hamiltoniano em um grafo.

A literatura relacionada ao TSP é extensa devido à sua relevância prática [Applegate, 2007; Laporte, 2007; Derigs, 2009; Matali et al., 2010], bem como por ele ocorrer como subproblema de diversos problemas de rotas.

O enunciado genérico do TSP consiste em um conjunto com n cidades $C = \{1, 2, \dots, n\}$, em que a cada par de cidades (i, j) é associado a uma distância d_{ij} , tal que $(i, j) \in C$ com $i \neq j$. O objetivo é visitar todas as cidades uma única vez e voltar à cidade de partida, de forma a minimizar a distância total percorrida. Evidentemente, o aumento no número de cidades torna a determinação dos percursos mais onerosa.

O TSP é classificado como simétrico se $d_{ij} = d_{ji}$, $\forall i, j \in C$, ou assimétrico, se $d_{ij} \neq d_{ji}$ para ao menos um par de cidades. O problema pode ser definido em um grafo não direcionado completo $G = (C, E)$ se for simétrico ou em um grafo direcionado $G = (C, A)$ se for assimétrico. Os exemplares do TSP, que formam o conjunto de treinamento deste estudo de caso são simétricos com distância Euclidiana entre as cidades, e foram selecionados arbitrariamente do *benchmark* TSP da biblioteca TSPLIB [Reinelt, 1991].

3.2 Meta-heurística Recozimento Simulado

A meta-heurística Recozimento Simulado (em Inglês, *Simulated Annealing* - SA) é um método probabilístico proposto em Kirkpatrick et al. [1983] e Cerny [1985] com a finalidade de encontrar o extremo global de uma função objetivo com inúmeros extremos locais.

Largamente aplicada na solução de problemas de otimização combinatória, a SA constitui uma analogia à termodinâmica, especialmente, no modo como são realizados o congelamento e a cristalização de líquidos ou o resfriamento e o recozimento de metais. Isto é, uma vez expostas a altas temperaturas, as moléculas movem-se livremente umas em direção as outras. Se o resfriamento é lento, essa mobilidade termal é perdida, os átomos são alinhados e formam um cristal homogêneo, que representa o estado de energia mínima do sistema. Caso contrário, o estado de cristalização não é atingido, mas sim um estado denominado metaestável, no qual a energia é ligeiramente mais elevada [Press et al., 1986].

A estrutura da meta-heurística SA em alto nível de abstração é ilustrada na Figura 4. Inicialmente, a temperatura (T) é elevada para aumentar a probabilidade de aceitação de uma condição de piora. Essa probabilidade diminui com a evolução do processo de busca. A qualidade das soluções candidatas (S') é avaliada em relação a uma solução inicial (S), tal que se S' apresenta melhor qualidade, então S é substituída por S' . Caso contrário, S pode ser atualizada de acordo com certa probabilidade, tal que se S' é muito pior do que S , a probabilidade é próxima de 0 (zero). Essa característica permite ao SA, algumas vezes, aceitar soluções de pior qualidade.

```
Entrada:  $S_0$ ,  $T_{\max}$  // solução inicial e valor inicial temperatura  
Saída:  $S^*$  // Melhor solução encontrada  
1.  $S \leftarrow S_0$   
2.  $S^* \leftarrow S$   
3.  $T \leftarrow T_{\max}$   
4. Repetir  
5.   Repetir  
6.      $S' \leftarrow \text{criarVizinho}(S)$   
7.     Se  $\text{qualidade}(S') > \text{qualidade}(S)$  Então  
8.        $S \leftarrow S'$  // atualiza solução inicial  
9.       Se  $\text{qualidade}(S) > \text{qualidade}(S^*)$  Então  
10.         $S^* \leftarrow S$  // atualiza melhor solução  
11.     Senão  
12.        $N \leftarrow \text{aleatório}[0,1)$   
13.       Se  $N > \exp(-[\text{qualidade}(S') - \text{qualidade}(S)]/T)$  Então  
14.          $S \leftarrow S'$  // atualiza solução inicial sob certa prob.  
15.     Fim-se  
15.   Até  $T$  atingir a condição de equilíbrio  
16.    $T \leftarrow \text{diminuir}(T)$   
17. Até encontrar um critério de parada  
18. Retornar  $S^*$ 
```

Figura 4. Pseudocódigo da meta-heurística SA.

O desempenho da meta-heurística SA é fortemente influenciado por um conjunto de parâmetros. Isto é, altos valores da temperatura nos estágios iniciais aumentam a probabilidade de aceitação de uma solução de baixa qualidade. Além da temperatura inicial, é importante definir o número de iterações realizadas em uma mesma temperatura, bem como o seu arrefecimento ou taxa de diminuição. Normalmente, o arrefecimento da temperatura se dá de maneira constante a uma taxa α pré-definida (2), de modo que quanto mais lento, maior a exploração do espaço de soluções [Blum e Roli, 2003; Talbi, 2009]:

$$T_{t+1} = \alpha T_t, \quad (2)$$

em que t é um instante de tempo ou uma iteração do algoritmo.

4. Estudo de Caso

O presente estudo de caso ilustra o processo de sintonização da meta-heurística SA para o TSP por meio da heurística HORA. Os parâmetros selecionados para sintonização são utilizados com mais frequência na literatura, e parecem influenciar o desempenho da meta-heurística, isto é: valor inicial da temperatura (T_{\max}), número de iterações a cada estágio da temperatura (L) e taxa de arrefecimento da temperatura (α).

No início do processo de sintonização, são conduzidos estudos experimentais com a Metodologia de Superfície de Respostas sobre um conjunto de treinamento composto por $n = 5$ exemplares, selecionadas arbitrariamente do *benchmark* TSP da TSPLIB. Os intervalos iniciais de cada parâmetro (Tabela 1), que no contexto de DOE são chamados níveis (alto e baixo), foram escolhidos a partir de exaustivos experimentos com a meta-heurística SA.

Tabela 1. Configurações iniciais para os parâmetros da meta-heurística SA.

Parâmetro	Baixo	Alto
T_{\max}	100000	300000
L	500	2500
α	0,90	0,99

A ideia principal dos estudos experimentais é promover diversidade na sintonização de parâmetros da meta-heurística alvo e, ao mesmo tempo, refinar o espaço de busca de configurações candidatas. Assim, ao final dos estudos experimentais são produzidos n resultados diferentes para cada parâmetro, sendo cada um deles relacionado a um exemplar do conjunto de treinamento. A partir dos resultados define-se um espaço de busca de configurações candidatas, limitado pelo máximo e mínimo de cada parâmetro de acordo com os estudos experimentais:

- $T_{\max} \subset [162095; 204202]$;
- $L \subset [1763; 2239]$; e
- $\alpha \subset [0,922; 0,923]$.

A exploração do espaço de busca é conduzida por meio da heurística HORA. O objetivo é percorrer esse espaço mais compacto resultante dos estudos experimentais, e selecionar uma configuração tão boa quanto possível para a meta-heurística SA (descrita na Seção 3.2). Para cada alternativa criada sob demanda na vizinhança de uma configuração candidata conhecida, a meta-heurística SA é executada durante 10 segundos sobre um conjunto expandido de exemplares do problema em estudo.

Para comparações, considera-se neste estudo de caso o espaço de busca previamente definido e uma abordagem de sintonização baseada método de corrida F-Race [Birattari et al., 2002 e 2009; Balaprakash et al., 2007], aqui chamado RACE. As configurações usadas neste processo são as seguintes: $T_{\max} \in \{162095; 166774; 171452; 176131; 180809; 185488; 190166; 194845; 199523; 204202\}$, $L \in \{1763; 1882; 2001; 2120; 2239\}$ e $\alpha \in \{0,922; 0,923\}$. Essas configurações foram definidas com o número de níveis que parece ser suficiente para levar o SA a um bom resultado. Assim, cada possível combinação de parâmetros corresponde a uma configuração diferente da meta-heurística, tal que o espaço de busca é composto por $10 \times 5 \times 2 = 100$ configurações candidatas. A ideia é usar o RACE para selecionar a melhor configuração possível a partir de um número grande de opções. Para cada uma das alternativas criadas, a meta-heurística SA é executada durante 10 segundos sobre o mesmo conjunto de exemplares usados anteriormente pelo HORA.

O processo de sintonização da SA com ambos os métodos (HORA e RACE) foi repetido 10 vezes e as configurações propostas são apresentadas em termos de média e desvio padrão ($\mu \pm \sigma$) na Tabela 2.

Tabela 2. Configurações de parâmetros propostas para a meta-heurística SA.

(a) HORA		(b) RACE	
Parâmetro	Configurações ($\mu \pm \sigma$)	Parâmetro	Configurações ($\mu \pm \sigma$)
T_{\max}	189271 \pm 10719	T_{\max}	178002 \pm 14156
L	1953 \pm 113	L	2168 \pm 100
α	0,923 \pm 0,000	α	0,923 \pm 0,001

Os resultados (Tabela 2) são semelhantes em termos de parametrização. No entanto, destacam-se algumas diferenças no processo de sintonização. Isto é, o tempo médio de sintonização com o HORA é 1271 segundos, ao passo que o RACE demanda 1648 segundos. Em razão dessa diferença, o RACE realiza em média um número maior de experimentos durante o processo de sintonização (1071), quando comparado ao HORA (956 experimentos). O HORA se destaca também quanto ao número médio de configurações candidatas sobreviventes ao final do

processo de sintonização (19 alternativas) em relação ao RACE (21 alternativas). Apesar das diferenças destacadas, ressalta-se que ambas as abordagens utilizam o mesmo método de avaliação para as configurações candidatas.

4.1 Análises dos Resultados

Para verificar o impacto da sintonização da meta-heurística SA, a configuração proposta pela abordagem HORA (Tabela 2) foi executada 10 vezes sobre 12 exemplares do *benchmark* TSP da TSPLIB com o número de cidades variando de 300 a 800. Os experimentos computacionais foram realizados em um computador Intel® Core i7TM 3.6GHz, 8GB de memória, 1TB de disco rígido e sistema operacional Windows 7 64bit.

Os resultados são apresentados em termos do desvio percentual da melhor solução conhecida para o problema:

$$Gap = \frac{f(s) - f(s^*)}{f(s^*)} \times 100 \quad (3)$$

em que $f(s)$ é uma solução computada pela meta-heurística SA e $f(s^*)$ é a melhor solução conhecida para o problema. Portanto, quanto menor o valor de Gap (3), melhor é o desempenho do algoritmo.

Inicialmente, os resultados da sintonização são comparados a uma configuração padrão para a meta-heurística SA, obtida por meio de testes empíricos ($T_{\max} = 100000$; $L = 1000$; e $\alpha = 0,900$). A partir da inspeção visual no gráfico (Figura 5), observa-se melhora no desempenho da meta-heurística SA sobre todos os exemplares selecionados.

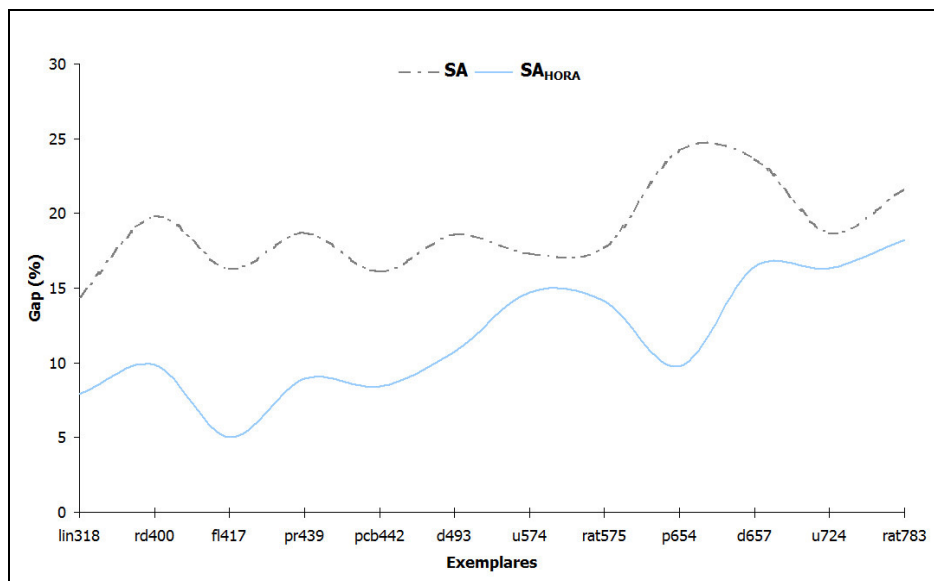


Figura 5. Desempenho da meta-heurística SA antes e depois de um processo de sintonização.

Embora não seja o objetivo principal deste trabalho, é interessante verificar se a meta-heurística SA ajustada pelas diferentes abordagens de sintonização alcança bons resultados para o TSP (Tabela 3). Assim, a configuração proposta pela abordagem RACE (Tabela 2) também foi executada 10 vezes sobre os mesmos exemplares usados nas execuções com a configuração proposta pelo método HORA.

Tabela 3. Resultados alcançados por diferentes sintonizações da meta-heurística SA.

Exemplar	SA _{HORA}	SA _{RACE}
lin318	7,89	7,46
rd400	9,84	9,63
fl417	5,01	5,48
pr439	8,92	10,29
pcb442	8,41	10,35
d493	10,74	10,88
u574	14,73	14,40
rat575	14,11	13,63
p654	9,72	9,46
d657	16,46	16,08
u724	16,35	13,84
rat783	18,23	18,23

Os experimentos computacionais demonstram que, em alguns casos, a sintonização proposta pelo método HORA leva a meta-heurística alcançar melhores resultados, enquanto, em outros casos, são alcançados resultados melhores pela sintonização proposta pelo método de corrida. Entretanto, os testes estatísticos *t-Student* e Wilcoxon sobre esses resultados (Tabela 3) demonstram que os dois métodos de sintonização da meta-heurística SA são estatisticamente semelhantes ao nível de significância de 95%.

A partir da análise descritiva dos resultados por meio de diagramas de caixa (Figura 6), pode-se notar semelhanças no desempenho mediano de ambas as versões da meta-heurística SA, sendo a amplitude da versão SA_{HORA} maior.

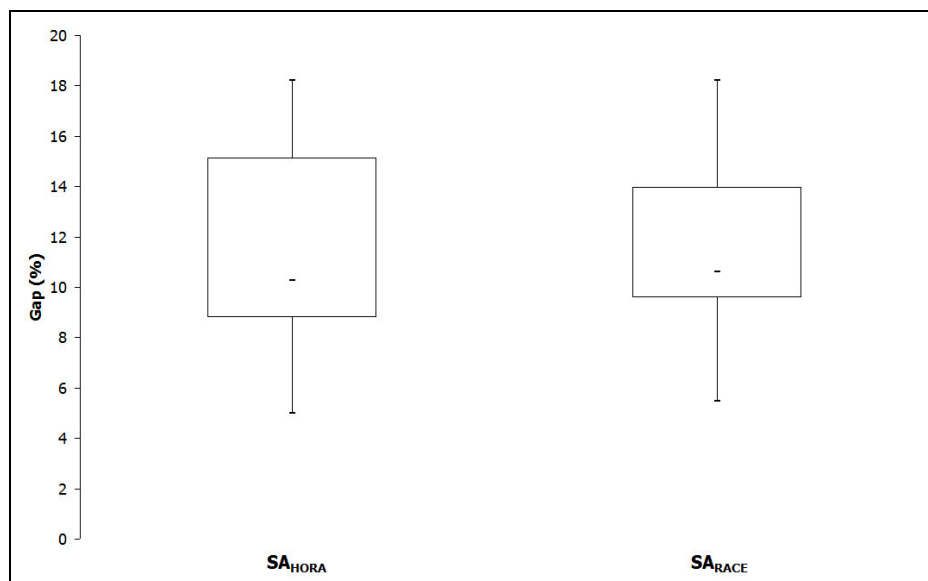


Figura 6. Desempenho produzido por diferentes sintonizações da meta-heurística SA.

5. Considerações Finais

Neste artigo, o problema da sintonização dos parâmetros de meta-heurísticas foi formalizado como um espaço de estados, cuja exploração é conduzida por um método heurístico eficiente.

O método proposto, denominado HORA, aplica testes estatísticos robustos sobre um número limitado de exemplares de uma classe de problemas, a fim de definir um espaço de busca de parâmetros. Assim, a partir das alternativas criadas dinamicamente na vizinhança de uma

configuração candidata conhecida, se emprega um algoritmo de corrida para encontrar consistentemente as boas configurações.

Em um estudo de caso, o método HORA foi aplicado na sintonização da meta-heurística SA e teve seus resultados comparados com a mesma meta-heurística sintonizada por um conhecido método de corrida. O método HORA provou ser eficaz no processo de sintonização. O melhor desempenho observado pode ser explicado pelo modo como as configurações candidatas são exploradas no espaço busca, isto é, a partir da criação de alternativas na vizinhança de uma configuração candidata conhecida, bem como, pela utilização do algoritmo de corrida em sua avaliação.

A abordagem aqui apresentada tem sido aplicada na sintonização de diferentes meta-heurísticas para solução de diferentes problemas de otimização. Os resultados obtidos demonstram que o método HORA é uma ferramenta promissora e poderosa para sintonização desses algoritmos, independente da natureza e do número de parâmetros. Além disso, o ganho de tempo no processo de sintonização obtido por meio do método HORA, quando comparado a outros métodos conhecidos da literatura, aumenta com o aumento do número de parâmetros a serem sintonizados.

Referências

Adenso-Díaz, B.; Laguna, M. (2006) Fine-tuning of algorithms using fractional experimental design and local search. *Oper Res*, 54(1): 99-114.

Applegate, D. L.; Bixby, R. E.; Chvátal, V.; Cook, W. J. (2007) The traveling salesman problem: a computational study, 2nd ed., Princeton Series in Applied Mathematics, Princeton University Press.

Barbosa, E. B. M.; Senne, E. L. F. (2017) Improving the fine-tuning of metaheuristics: An approach combining design of experiments and racing algorithms. *Journal of Optimization*, 2017: 1-7.

Barbosa, E. B. M.; Senne, E. L. F. (2017) A heuristic for optimization of metaheuristics by means of statistical methods. In *6th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2017)*, p. 203-210.

Bartz-Beielstein, T.; Lasarczyk, C.; Preuss, M. (2005) Sequential parameter optimization. In *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2005)*, p. 773-780.

Balaprakash, P.; Birattari, M.; Stützle, T.; Dorigo, M. (2007) Improvement strategies for the F-Race algorithm: sampling design and iterative refinement. In *4th International Workshop On Hybrid Metaheuristics*, 2007, p. 108-122, 2007.

Birattari, M.; Stützle, T.; Paquete, L.; Varrentapp, K. (2002) A racing algorithm for configuring metaheuristics. In: Langdon, W. B. editor. In *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2002)*, p. 11-18.

Birattari, M. (2009) Tuning metaheuristics: a machine learning perspective. 2nd ed. New York: Springer.

Blum, C.; Roli, A. (2003) Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3): p. 268-308.

- Calvet, L.; Juan, A. A.; Serrat, C.; Ries, J. (2016) A statistical learning based approach for parameter fine-tuning of metaheuristics. *Statistics and Operations Research Transactions (SORT)*, 40(1): p. 201-224.
- Cerny, V. (1985) Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45: p. 41-51.
- Coy, S. P.; Golden, B. L.; Runger, G. C.; Wasil, E. A. (2001) Using experimental design to find effective parameter settings for heuristics. *J. Heuristics*, 7(1): p. 77-97.
- Derigs, U. (2009) Optimization and operations research, Paris: EOLSS Publishers Co. Ltd.
- Dobslaw, F. (2010) A parameter tuning framework for metaheuristics based on design of experiments and artificial neural networks. In *Sixth International Conference On Natural Computation*, p. 1-4.
- Hutter, F.; Hoos, H. H.; Leyton-Brown, K. (2010) Automated configuration of mixed integer programming solvers. In: Lodi A, Milano M, Toth P, editors. Integration of AI and OR techniques in constraint programming for combinatorial optimization problems 7th international conference, CPAIOR 2010, volume 6140 of lecture notes in computer science. Springer, p. 186-202.
- Hutter, F.; Hoos, H. H.; Leyton-Brown, K. (2011) Sequential model-based optimization for general algorithm configuration. In: Coello Coello, C. A. editor. Learning and intelligent optimization. In *5th International on Learning and Intelligent Optimization (LION 5)*, p. 507-523.
- Hutter, F.; López-Ibáñez, M.; Fawcett, C.; Lindauer, M. T.; Hoos, H. H.; Leyton-Brown, K. (2014) ACLib: a benchmark library for algorithm configuration. In: Pardalos, P. M.; Resende, M. G. C.; Vogiatzis, C.; Walteros, J. L. editors. Learning and intelligent optimization. In *8th International on Learning and Intelligent Optimization (LION 8)*, p. 36-40.
- Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D.; Vecchi, M. P. (1983) Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598): 671-680.
- Laporte, G. (2007) What you should know about the vehicle routing problem. *Naval Research Logistics*, 54: p. 811-819.
- Lenstra, J. K.; Rinnooykan, A. H. G.; Brucker, P. (1977) Complexity of machine scheduling problems. In: Hammer, P. L.; Johnson, E. L.; Korte, B. H.; Nemhauser, G. L. *Annals of Discrete Mathematics*, p. 343-362.
- López-Ibáñez, M.; Stützle, T. (2014) Automatically improving the anytime behaviour of optimisation algorithms. *Eur J Oper Res*; 235(3): p. 569-582.
- López-Ibáñez, M.; Dubois-Lacoste, J.; Cáceres, L. P.; Birattari, M.; Stützle, T. (2016) The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3: p. 43-58.
- Matai, R.; Singh, S. P.; Mittal, M. L. (2010) Traveling salesman problem: an overview of applications, formulations, and solution approaches. In: Davendra, D. *Traveling salesman problem: theory and applications*, Chap. 1, p. 1-24.

- Montgomery, D. C. (2012) Design and analysis of experiments. 8th ed. John Wiley & Sons Inc.
- Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P. (1986) Numerical recipes: the art of scientific computing.
- Reinelt, G. (1991) TSPLIB: A traveling salesman problem library. *ORSA Journal on Computing*, Baltimore, 3(4): p. 376-384.
- Ridge, E.; Kudenko, D. (2007) Tuning the performance of the MMAS heuristic. In: Stützle, T.; Birattari, M.; Hoos, H. H. editors. In *International Workshop on Engineering Stochastic Local Search Algorithms* (SLS 2007), p. 46-60.
- Ries, J.; Beullens, P.; Salt, D. (2012) Instance-specific multi-objective parameter tuning based on fuzzy logic. *European Journal of Operational Research*, 218: p. 305-315.
- Talbi, E.G. (2003) Metaheuristics: from design to implementation. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.
- Thornton C , Hutter F , Hoos HH , Leyton-Brown K . (2013) Auto-WEKA: combined selection and hyperparameter optimization of classification algorithms. In: Dhillon, I. S.; Koren, Y.; Ghani, R.; Senator, T. E.; Bradley, P.; Parekh, R.; He, J.; Grossman, R. L.; Uthurusamy, R. (editors). In *19th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, p. 847-855.