

UMA ABORDAGEM EXATA PARA PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE CONCENTRADORES CAPACITADO

Wesley Gomes de Almeida

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE
Av. dos Astronautas 1758, Jardim da Granja
12227-010 São José dos Campos, São Paulo, Brasil
wesgomes2005@gmail.com

Edson Luiz França Senne

Universidade Estadual Paulista – UNESP
Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Portal das Colinas
12516-410 Guaratinguetá, SP, Brasil
elfsenne@feg.unesp.br

Horacio Hideki Yanasse

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE
Av. dos Astronautas 1758, Jardim da Granja
12227-010 São José dos Campos, São Paulo, Brasil
horacio@lac.inpe.br

RESUMO

Neste trabalho estuda-se o problema de localização de concentradores com restrições de capacidade. Uma solução usando a técnica *Local Branching* (LB) é apresentada. Tal técnica baseia-se em métodos do tipo *branch-and-cut*, mas incorpora algumas ideias existentes em técnicas de busca local e metaheurísticas. Considerações sobre esta técnica aplicada a problemas de localização de concentradores são apresentadas. Na técnica LB, a busca por soluções inicia-se com uma solução inicial de referência. O método alterna-se entre ramificações estratégicas para definir vizinhanças de solução e ramificações táticas para explorar estas vizinhanças.

PALAVRAS-CHAVE. Problemas de Localização-Alocação, Localização de Concentradores Capacitado, Ramificação Local.

ABSTRACT

In this work the capacitated hub location problem is studied. A solution technique using the Local Branching (LB) is presented. This technique is based on methods of branch-and-cut, but incorporates some existing ideas on techniques for local search and metaheuristics. Considerations about the technique applied to hub location problems are presented. In the LB technique, the search by solutions starts with an initial reference solution. The method alternates between strategic ramifications for defining neighborhoods of solution and tactics branches for exploring these neighborhoods.

KEYWORDS. Location Allocation Problems, Capacited Single Hub Location Allocation Problem, Local Branching.

1. Introdução

Existem diversos problemas definidos em redes, na maioria dos casos a comunicação entre os nós da rede não acontece de forma direta, mas através de nós especiais denominados concentradores. Isto ocorre com frequência, por exemplo, em redes de transporte e em redes de telecomunicação. Nestes casos, diz-se que a rede é do tipo *hub-and-spoke* (Aykin, 1994).

Um modelo desse tipo de rede pode ser exemplificado imaginando-se um serviço de transporte rodoviário de cargas em que a demanda individual dos clientes não é suficiente para lotar um veículo em uma única viagem. Por esse motivo, as cargas são agregadas e transportadas em conjunto. Para isto, empresas que operam este tipo de serviço possuem instalações físicas localizadas em diversas regiões para consolidar as cargas oriundas de diversas origens. Portanto, este tipo de serviço compreende as operações de coleta (de um cliente até um terminal de consolidação de origem), transferência (de um terminal de consolidação de origem para um terminal de consolidação de destino) e distribuição (do terminal de consolidação de destino até o cliente final). Para uma empresa deste tipo, um bom planejamento da rede de transporte, com os terminais de consolidação (concentradores) bem localizados, pode implicar em ganhos financeiros significativos.

Diversas aplicações práticas em redes de transporte e de telecomunicações, como o transporte de pessoas, produtos, materiais ou de dados, ocorrem em redes deste tipo. A Figura 1 mostra um exemplo de rede do tipo *hub-and-spoke*, onde os concentradores são representados por quadrados e os demais nós (denominados *spokes* ou nós de demanda) são representados por círculos.

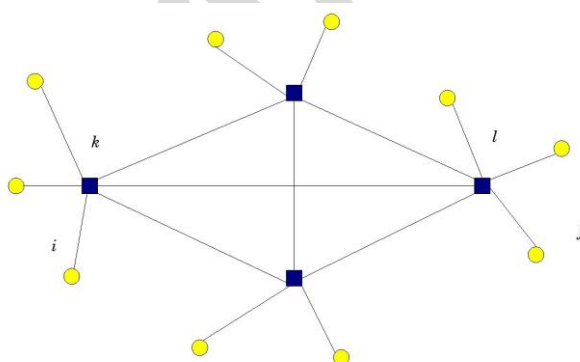


Figura 1 – Rede do tipo *hub-and-spoke* com $n=200$

Existem diferentes versões do problema de localização de concentradores (*hubs*). Alguns casos podem apresentar restrições de capacidade (Aykin, 1994), ou seja, um limitante no volume de informações que um concentrador consegue transportar, ou ainda um custo fixo associado a cada concentrador, além dos custos de alocação dos nós de demanda da rede aos concentradores.

Quando não existe restrição quanto ao fluxo (de pessoas ou de dados, por exemplo) que passa por um concentrador e cada nó de demanda não pode ser alocado a mais que um concentrador, o problema denomina-se Problema Não-Capacitado de Localização de Concentradores (USAHLP - *Uncapacitated Single Allocation Hub Location Problem*). Neste problema o número de concentradores é uma variável de decisão. No caso do número de concentradores ser fixo (por exemplo, igual a p), o problema é denominado de USApHMP (*Uncapacitated Single Allocation p-Hub Median Problem*) (Chen, 2008; Ebery, 2001). No entanto, quando um nó de demanda pode ser alocado a mais do que um concentrador, o problema denomina-se problema de localização de concentradores com alocação múltipla (do inglês, *Uncapacitated Multiple Allocation Hub Location Problem*, UMAHLP) e quando existe restrição de capacidade quanto ao fluxo máximo de um concentrador, o problema é conhecido como problema de localização de concentradores capacitado (*Capacitated Single Allocation Hub*

Location Problem, CSAHLP).

O problema de localização de concentradores pertence à classe de problemas NP-difíceis (Garey e Johnson, 1979). Portanto, a determinação de solução ótima para o problema por meio de algoritmos exatos, constitui um grande desafio, pois deve utilizar métodos enumerativos, que exigem grande esforço computacional e podem ser impraticáveis para exemplares do problema de grandes dimensões. Por isto, diversas propostas usando heurísticas têm sido consideradas, tais como: Busca Tabu (Klincewicz, 1991), *Simulated Annealing* (Abdinnour-Helm e Venkataramanan, 1993), Redes Neurais Artificiais (Smith et al, 1996) e Algoritmos Genéticos (Abdinnour-Helm, 1998; Topcuoglu et al, 2005; Cunha e Silva, 2007).

Ernst e Krishnamoorthy (1999) propõem dois algoritmos heurísticos para o problema capacitado: o primeiro baseia-se no método *simulated annealing* e o segundo em um método de descida randômico. Tal método consiste em gerar soluções vizinhas aleatoriamente e só aceitar movimentos de melhora. Com o apoio de um método do tipo *branch-and-bound* e com limitantes superiores providos pelas heurísticas os autores conseguiram obter soluções ótimas para problemas AP definidos em redes de até 50 nós, com exceção do teste em que $n = 50$ e os custos fixos e a capacidade são do tipo apertados.

Almeida e Senne (2009) realizam um estudo comparativo de dois algoritmos híbridos com busca por agrupamentos (*Clustering Search*, CS) para resolver o USApHMP. Os testes realizados verificaram quais das metaheurísticas propostas se adéquam melhor ao CS.

Almeida e Senne (2010a) apresentam três metaheurísticas: um algoritmo genético, um método *simulated annealing* e um método VNS para o problema de localização de concentradores com restrição de capacidade. Um estudo comparativo é realizado através do conjunto de dados AP.

Este trabalho tem como objetivo propor uma solução exata usando a técnica Local Braching para o CSAHLP. Neste trabalho será usado como solução inicial de referência para a LB um método híbrido com busca por agrupamentos.

2. Modelo Matemático

Goldman (1969) foi um dos primeiros a apresentar o problema de localização de concentradores. No entanto, o primeiro modelo matemático com função objetivo quadrática para o problema de localização de concentradores é devido a O'Kelly (1987).

Entre os modelos lineares estudados, o modelo matemático de maior destaque por sua eficiência, foi apresentado por Ernst e Krishnamoorthy (1996). Veja o modelo completo a seguir:

$$f(x) = \text{Min} \sum_i \sum_k d_{ik} x_{ik} (\lambda E_i + \delta S_i) + \sum_i \sum_k \sum_l \alpha d_{kl} Y_{kl}^i + f_k x_{kk} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_k x_{ik} = 1, \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$x_{kk} - x_{ik} \geq 0, \quad \forall i, k \in V, \quad (3)$$

$$\sum_l Y_{kl}^i - \sum_l Y_{lk}^i = E_i x_{ik} - \sum_j w_{ij} x_{jk} \quad \forall i, k \in V \quad (4)$$

$$\sum_i E_i x_{ik} \leq Q_k x_{kk} \quad \forall k \in V \quad (5)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \in V. \quad (6)$$

$$Y_{kl}^i \geq 0 \quad \forall i, k, l \in V \quad (7)$$

Em que:

- V é conjunto de nós da rede;

- d_{ij} é a distância entre os nós i e j ;
- Considerando que w_{ij} é a quantidade de fluxo transferido entre os nós i e j ; E_i e S_i são as soma dos fluxos que chegam em i ou saem de i , respectivamente .

$$(E_i = \sum_j w_{ij}, S_i = \sum_j w_{ji})$$
- λ, α, δ são, respectivamente, os custos de coleta, transferência e distribuição;
- Q_i é a capacidade do concentrador i ;
- x_{ik} é uma variável de decisão, tal que $x_{ik} = 1$ se o nó i está alocado ao concentrador k ($x_{ik} = 0$ caso contrário). Deve-se observar que se $x_{kk} = 1$ então o nó k é um concentrador; Caso contrário, $x_{kk} = 0$.
- Y^i_{kl} é a quantidade de fluxo transferido entre os concentradores k e l originados a partir do nó i
- f_k é o custo fixo para a abertura do concentrador k .

Nessa formulação, a função-objetivo (1) estabelece o custo total a ser minimizado que corresponde a soma dos custos de coleta transferência, distribuição e os custos fixos de abertura de um concentrador na rede, as restrições (2) garantem que cada nó de demanda será alocado a um único concentrador, as restrições (3) asseguram que as alocações serão feitas apenas para nós que são concentradores, as restrições (4) faz o balanceamento do nó i para o nó k em que a quantidade de fluxo que entra e o fluxo que sai são determinados pela variável de decisão x_{ik} , as condições (5) restringem que o fluxo total que chega ao concentrador k não pode exceder a capacidade máxima de cada concentrador k e as restrições (6) e (7) correspondem às condições de integralidade das variáveis de decisão.

3. Método *Local Branching*

A estratégia *Local Branching* (LB) desenvolvida neste trabalho, emprega-se o uso de *solver* comercial para explorar (em um nível tático) de forma efetiva, subespaços de solução convenientes, definidos e controlados (em um nível estratégico) por uma estrutura de ramificação local. O procedimento tem o espírito das metaheurísticas de busca local, mas as vizinhanças são obtidas por meio da inserção de cortes de ramificação local no modelo de Programação Inteira que descreve o problema. Esta estratégia de solução é, por natureza, exata e se alterna entre ramificações estratégicas para definir vizinhanças de solução e ramificações táticas para explorar estas vizinhanças. O resultado é um esquema completamente geral que antecipa melhorias em soluções incumbentes e, portanto, produz soluções de alta qualidade nos estágios iniciais da árvore de enumeração.

A estratégia LB, embora criada como uma abordagem de alta generalidade pode ser usada para explorar a estrutura específica de alguns modelos de Programação Inteira em que um conjunto de variáveis binárias particionam naturalmente o problema em dois níveis, com a propriedade de que a fixação do valor das variáveis do primeiro nível produz um subproblema mais fácil (embora ainda difícil) de ser resolvido. Esta ideia tem sido usada para a solução de problemas de localização de concentradores em projetos de redes de telecomunicação (Carello *et al.*, 2004; Fischetti *et al.*, 2004).

Para a aplicação da estratégia LB deve-se dispor de uma solução inicial r , denominada *solução de referência*. Seja $S = \{ j \in N \mid r_j = 1 \}$. Para um dado parâmetro inteiro k , pode-se definir a vizinhança $V(r, k)$ da solução de referência r como o conjunto de soluções viáveis do problema que satisfazem à seguinte restrição adicional, denominada *restrição de ramificação local*:

$$\sum_{j \in S} (1 - x_j) + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \leq k$$

Nesta restrição, os dois termos do lado esquerdo contam o número de variáveis binárias de uma solução x que mudaram de valor (de 1 para 0 e de 0 para 1, respectivamente), em relação à solução de referência r . Esta restrição, portanto, impõe que k é a maior distância entre vizinhos

viáveis de r . Esta restrição de ramificação local pode ser usada em um método enumerativo como um critério de ramificação, considerando:

– para o ramo esquerdo:
$$\sum_{j \in S} (1 - x_j) + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \leq k$$

– para o ramo direito:
$$\sum_{j \in S} (1 - x_j) + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \geq k + 1$$

Os vizinhos definidos pelas restrições de ramificação local podem ser explorados (com um solver) usando-se, por exemplo, o critério de ramificação nas variáveis fracionárias.

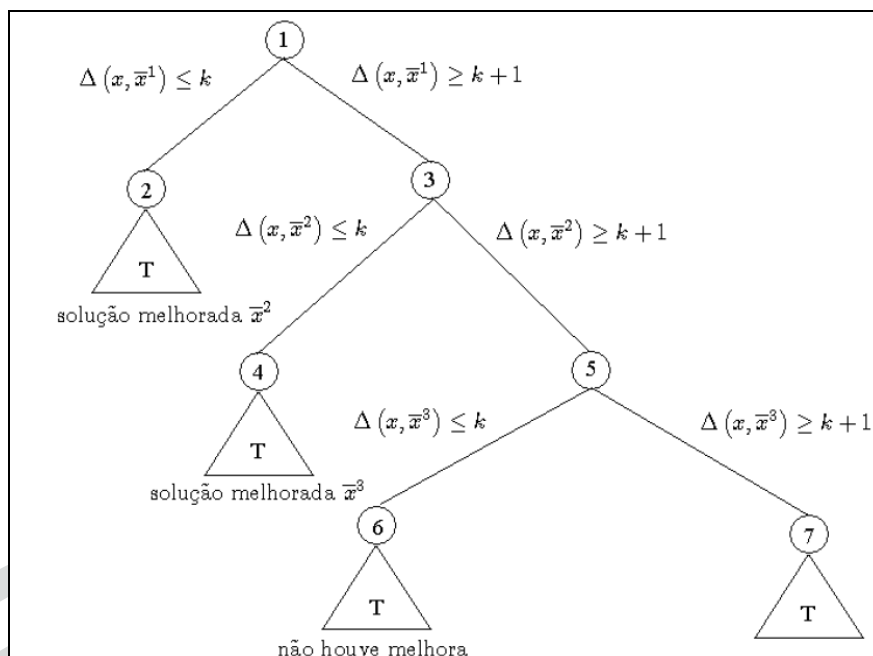


Figura 2 – Árvore de enumeração LB

A Figura 2 apresenta a idéia básica da técnica LB, o método começa a busca a partir de uma solução de referência inicial. E a cada nível da árvore é adicionado uma nova restrição *local branching* para que um solver possa explorar vizinhanças da solução apresentadas em cada ramificação. A árvore adiciona as restrições locais enquanto ocorrer melhora nas soluções correntes. Nesse caso o método é considerado exato, no entanto, quando se acrescenta restrição de tempo o método passa a se comportar como uma heurística.

Este método depende fortemente da distância máxima a ser usada nas restrições de ramificação local (valor de k) e da solução de referência inicial. O desempenho do método pode ser melhorado incorporando-se mecanismos de diversificação, como os que ocorrem em metaheurísticas. Um ramo esquerdo da árvore de enumeração que não leva a soluções de referência melhores pode ser reavaliado, por exemplo, explorando-se uma vizinhança maior ou aplicando-se uma busca como na metaheurística VNS (*Variable Neighborhood Search*) (Hansen *et al.*, 2006). Outras possibilidades de melhorias são o tratamento de soluções tabus e a aplicação das restrições locais como cortes que levem em conta a estrutura do problema (HAMACHER *et al.*, 2004).

Na Figura 3 apresenta-se um pseudocódigo do método *Local Branching*.

Procedimento *Local Branching*

Para $cont = 0$; $cont < numIteracoes$; $cont++$ **faça**

$cutoff = MIP(x, \infty, true)$;

$x' = x$;

adiciona ao Modelo a restrição de *local branching* relativa a x' ;

Para ; **faça**

$val = MIP(x, cutoff, false)$;

Se *Solução Ótima Encontrada* **então**

Reverter ultima restrição de *local branching*;

$x' = x$;

Adicionar restrição de *local branching* relativa a x' ;

$cutoff = val$;

senão **Se** *Provou Inviabilidade* **então**

Reverter ultima restrição de *local branching*;

break;

senão **Se** *Solução Viável Encontrada* **então**

Trocar a ultima restrição de *local branching*

$\Delta(x, x') \leq rhs$ por $\Delta(x, x') \geq rhs$;

$x' = x$;

$cutoff = val$;

senão **Se** *Não Encontrou Solução Viável* **então**

Reduzir folga da ultima restrição de *local branching*;

Fim-se

Fim-para

Fim-para

Fim-procedimento

Figura 3 – Algoritmo Local Branching

A Solução de Referência

A solução inicial de referência para a estratégia LB foi obtida através de uma metaheurística híbrida denominada CS, proposta por Chaves (2009).

O CS consiste de uma generalização do método ECS (Oliveira e Lorena (2004, 2007)) e, devido a isto, o nome da técnica foi simplificado para busca por agrupamentos (CS, *Clustering Search*). Na busca por agrupamentos, um *cluster* c é caracterizado por uma tripla $c = (C, \gamma, r)$, em que: C é a solução que representa o centro do *cluster* c , γ representa a quantidade de soluções pertencentes ao *cluster* c e r é uma variável de controle que armazena o número de vezes consecutivas que a busca local foi aplicada ao *cluster* C e não melhorou a solução.

A técnica CS pode ser definida como uma metaheurística que se baseia no agrupamento (*cluster*) de soluções geradas por um determinado algoritmo e na busca local dentro dos *clusters* mais promissores.

O método de busca por agrupamentos consiste basicamente de três componentes: um gerador de soluções factíveis, um processo de agrupamento e um método de busca local.

O gerador de soluções pode ser qualquer heurística ou metaheurística capaz de gerar soluções com diversidade. Sua execução não depende dos outros componentes. No entanto, o algoritmo gerador de soluções deve garantir que as soluções serão geradas continuamente para o processo de agrupamento.

Na Figura 4, ilustra-se em resumo o funcionamento do método de busca por agrupamentos.

O processo de agrupamento do CS tem como principal tarefa agrupar soluções similares dentro de um mesmo cluster e criar novos clusters, caso não exista um cluster similar a uma determinada solução. Com o objetivo de limitar o número de clusters a serem criados, definiu-se

um limitante superior N_c para este número. Tal componente também é responsável por uma perturbação (assimilação) no centro de um cluster toda vez que uma nova solução é incluída neste cluster.

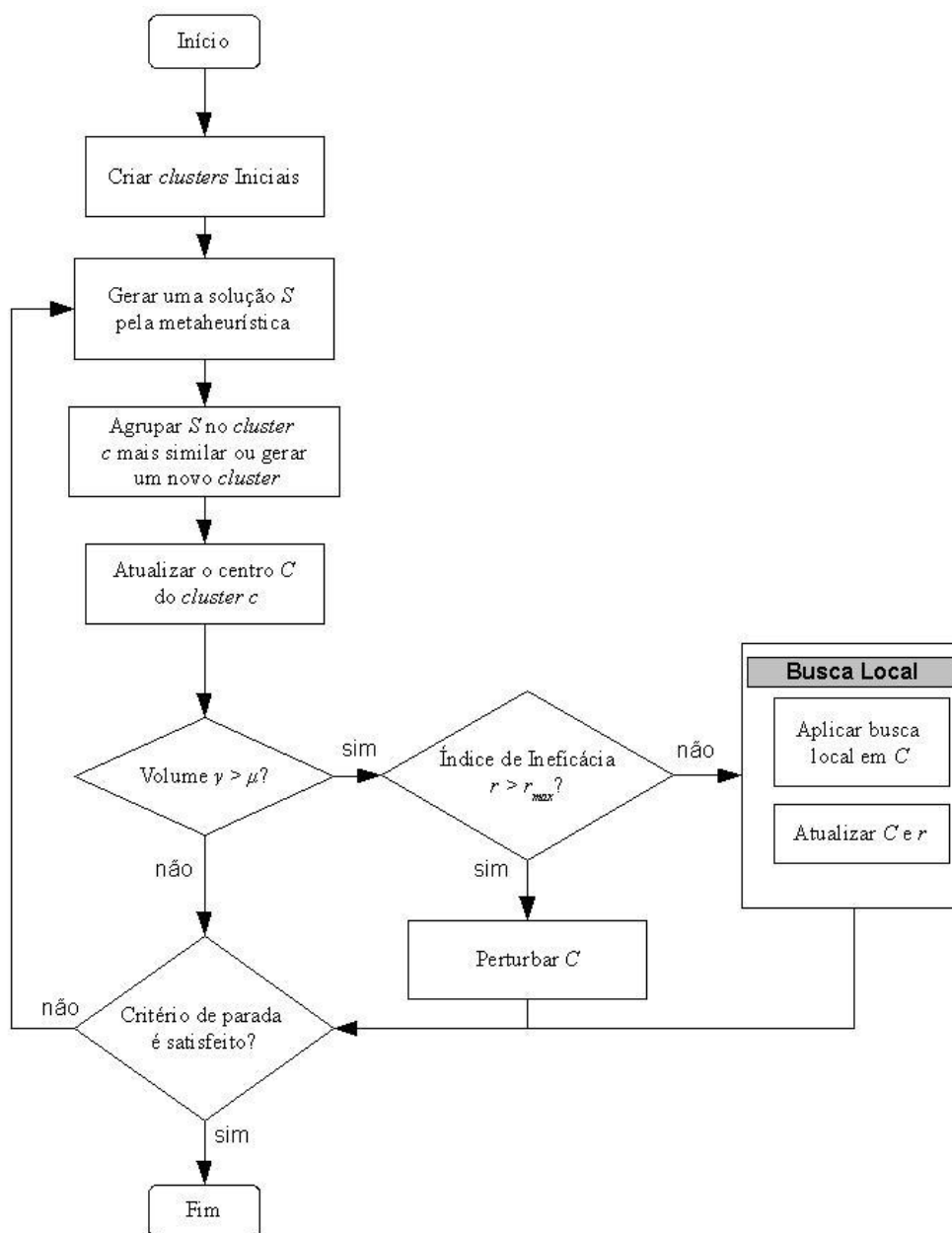


Figura 4 – Diagrama conceitual do CS (Chaves, 2009)

Para que este componente funcione adequadamente, é necessário estabelecer uma métrica de distância entre soluções. A métrica estabelecida para o CSAHLP corresponde ao número de alocações diferentes para os *hubs*. Assim, pode-se medir a distância entre uma dada solução e o centro (que também corresponde a uma solução) de um *cluster*. No processo de assimilação (agrupamento) utiliza-se o método *path-relinking* (Glover, 1996), que realiza movimentos exploratórios na trajetória que interconecta uma solução gerada pelo SM e o centro de um *cluster*.

Na Figura 5, ilustra-se o funcionamento do método *path-relinking* para o CSAHLP. Neste caso, tem-se uma rede com 4 nós. Cada solução é representada por um vetor v tal que $v_i = 0$, se o nó i corresponde a um *spoke* e $v_i = 1$, se o nó i corresponde ao um *hub*. Para a aplicação do

método deve-se, inicialmente, gerar um conjunto de soluções vizinhas à solução inicial. Para o CSAHLP, as soluções vizinhas foram obtidas trocando-se um valor de v_i da solução inicial pelo correspondente v_i da solução guia. Com isto, foram obtidas 4 novas soluções, mostradas no primeiro nível da Figura 5. O método escolhe então uma dessas novas soluções, neste caso, a de menor custo, que corresponde à solução (1, 1, 0, 1). Para esta solução escolhida, aplica-se o mesmo procedimento de troca de elementos com a solução guia, gerando novas soluções. Para este exemplo, foram geradas 3 novas soluções, mostradas no segundo nível da Figura 5. Este procedimento prossegue até que a solução guia seja encontrada.

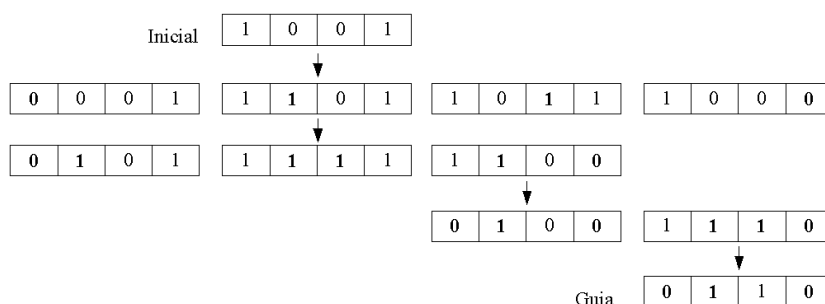


Figura 5 – Exemplo de *path-relinking* aplicado ao USAHLP

Com este método, define-se um “caminho” entre uma solução inicial e uma solução guia. A melhor solução encontrada em qualquer nível deste caminho é utilizada pelo componente para atualizar o centro do *cluster*.

Heurísticas de busca local utilizada no processo de busca por agrupamentos são métodos que partem de uma solução inicial viável, este método consiste basicamente na tentativa de melhorar tal solução por meio de operações de troca, remoção ou inserção, até que não seja mais possível a melhoria ou algum outro critério de parada seja satisfeito. A solução encontrada por esta heurística é considerada ótima local. Tal ótimo local pode, eventualmente, ser o ótimo global, ou seja, a melhor solução possível para o problema, mas não há garantias que isto seja uma verdade, como em todos os procedimentos heurísticos.

Como é possível observar, todas as soluções vizinhas ao ótimo local possuem um custo superior à própria solução. Desta forma, o algoritmo para e exhibe como resposta o ótimo local. Essa decisão faz o algoritmo perder todas as possibilidades que levariam o método a encontrar um *ótimo global*.

A implementação deste método requer a definição de uma vizinhança e a escolha de um método de busca local. No entanto um vizinho deve ser definido de acordo com a representação da solução.

Para o problema considerado neste trabalho, a representação das soluções (ou, indivíduos do AG) baseiam-se na proposta de Topcuoglu et al. (2005) e corresponde a dois vetores de tamanho n : um para armazenar a localização dos hubs e outro para armazenar as alocações dos spokes aos hubs. Nestes vetores, denominados HubArray e AssignArray, cada posição corresponde a um nó da rede. O HubArray corresponde a um vetor binário em que cada posição armazena o valor 0, no caso do nó correspondente a esta posição ser um spoke, ou 1, no caso deste nó ser um hub. O AssignArray equivale a um vetor em que cada posição armazena o índice do hub, ao qual o nó correspondente está associado.

As vizinhanças definida para este trabalho corresponde aos seguintes movimentos:

- **Swap Nodes:** responsável pela escolha de dois nós não-hub para a troca de suas alocações;
- **Swap Hubs:** obtém dois concentradores e troca as associações de um concentrador com as associações de outro;
- **Reallocate Node:** escolhe um nó não hub e aloca a outro concentrador diferente de sua alocação original;

- **Reallocate Hubs:** pega um nó não hub e seu concentrador associado, e faz uma troca entre eles. Neste caso, o nó não hub passa a ser concentrador e o concentrador um nó não hub, com isso todas as associações ao antigo concentrador passa a se conectar ao concentrador atual.
- **New Hub:** escolhe um nó não hub e o transforma em um concentrador;
- **Delete Hub:** retira um concentrador da solução, e o transforma em um nó não hub. Os nós não hub alocados a este são realocados a outros concentradores de modo aleatório.

Em cada vizinhança definida o critério de escolha acontece de forma aleatória. Além disso, as soluções inviáveis em que o fluxo total ultrapassa a capacidade do concentrador são tratadas em todos os métodos aqui definidos através de penalização, por meio da atribuição de um custo elevado a solução. Com isso o método evita a escolha de soluções inviáveis.

Como dito anteriormente, o método CS precisa de um gerador de soluções para o processo de agrupamento neste caso a metaheurística escolhida foi o método *Simulated Annealing*, introduzido por Kirkpatrick *et al.* (1983). O processo consiste inicialmente em “fundir” o sistema a uma alta temperatura (este estado tem uma maior probabilidade de se aceitar soluções que pioram a função objetivo) e então, resfriar lentamente o sistema até que ele se “congele” e nenhuma mudança posterior possa ocorrer. Um algoritmo é apresentado na Figura 4.

```

Procedimento Simulated Annealing
 $T \leftarrow T_0$  ;
gera solução inicial  $S_0$ ;
 $S \leftarrow S_0$ ;
 $S^* \leftarrow S_0$ 
enquanto  $T > T_f$  faça (temperatura alta)
  para  $cont \leftarrow 1$  até  $L(T)$  faça (iterações para equilíbrio)
     $S' \leftarrow$  seleciona uma solução vizinha de  $S$ 
     $D_{custo} \leftarrow$  custo( $S'$ ) - custo( $S$ )
    se  $D_{custo} < 0$  ou  $U[0,1] < \exp(-D_{custo}/T)$  então
       $S \leftarrow S'$ 
    se ( $S < S^*$ ) então
       $S^* \leftarrow S$ 
  fim do para
   $T \leftarrow \alpha T$ 
fim-enquanto
fim-procedimento

```

Figura 4 – Pseudocódigo *Simulated Annealing*

4. Testes e Resultados

A verificação da eficiência do método implementado, baseou-se no conjunto de dados AP (Ernest e Krishnamoorthy, 1996). O conjunto de dados AP (Australian Post), proposto por Ernest e Krishnamoorthy (1996), derivado do fluxo de e-mails na Austrália, compõe um conjunto de testes que vão de 10 a 50 nós para exemplares pequenos, e de 100 a 200 nós para exemplares grandes. Os valores dos custos de coleta, transferência e distribuição são respectivamente 3.0, 0.75 e 2. Os fluxos não são simétricos, ou seja, $w_{ij} \neq w_{ji}$, além disso, um cliente (spoke) pode enviar um e-mail a si próprio ($w_{ii} \neq 0$).

Os testes realizados executaram em um computador com processador Core2-Duo 2.0 GHz, com 2 GB de memória RAM, sob o sistema operacional Linux.

- **Ótimo** representa a solução ótima conhecida para o problema;
- **Sol** representa a melhor solução encontrada pelo método implementado;

- **TE** representa o tempo médio de execução total do algoritmo (em segundos), até que o critério de parada seja alcançado;

4.1. Problema de Localização de Concentradores Capacitado

Visto a qualidade das soluções obtidas pelo método CSSA (Almeida e Senne, 2010b), desenvolveu-se um método *Local Branching*, denominado LBCS, em que o processo de busca pela solução ótima atribui como solução de referência o resultado obtido pelo método CSSA.

Com a solução de referência r , obtida pela metaheurística CSSA, para um dado parâmetro inteiro k , definiu-se a vizinhança $V(r, k)$ da solução de referência como o conjunto de soluções viáveis do CSAHLP que satisfazem à seguintes restrições de ramificação local:

- para o ramo esquerdo:
$$\sum_{i,j \in S} (1 - x_{ij}) + \sum_{i,j \in N \setminus S} x_{ij} \leq k$$
- para o ramo direito:
$$\sum_{i,j \in S} (1 - x_{ij}) + \sum_{i,j \in N \setminus S} x_{ij} \geq k + 1$$

Tabela 1 – Resultados CPLEX × LB

Teste	Literatura	CPLEX 12		LBCS	
	Sol	Sol	TE	Sol	TE
AP10LL	224250,05	224250,05	0,15	224250,05	2,04
AP10LT	250992,26	250992,26	0,15	250992,26	1,63
AP10TL	263399,94	263399,94	0,21	263399,94	1,03
AP10TT	263399,94	263399,94	0,10	263399,95	1,52
AP20LL	234690,96	234690,96	0,34	234690,96	3,33
AP20LT	253517,40	253517,40	1,57	253517,40	5,39
AP20TL	271128,18	271128,18	0,76	271128,18	2,85
AP20TT	296035,40	296035,40	4,38	296035,40	6,22
AP25LL	238977,95	238977,95	2,18	238977,95	7,56
AP25LT	276372,50	276372,50	4,41	276372,49	10,48
AP25TL	310317,64	310317,64	1,97	310317,64	6,46
AP25TT	348369,15	348369,15	12,66	348369,15	11,93
AP40LL	241955,71	241955,71	12,05	241955,70	29,63
AP40LT	272218,32	272218,32	41,00	272218,32	70,12
AP40TL	298919,01	298919,01	12,66	298919,00	22,93
AP40TT	354874,10	354874,10	41750,31	354874,10	4096,85
AP50LL	238520,59	238520,59	31,94	238520,58	55,19
AP50LT	272897,49	272897,49	609,78	272897,49	512,00
AP50TL	319015,77	319015,77	89,00	319015,77	92,32
AP50TT	417440,99	425100,83	57324,93*	418086,04	62118,70

*Teste interrompido neste tempo

Na tabela 1 são apresentados os resultados obtidos pelo LBCS e pelo CPLEX 12, os resultados apresentados pela técnica LB mostrados nesta tabela, foram obtidos com o parâmetro k igual a 30. Tal valor é resultado de diversos testes empíricos.

Pelos testes realizados é possível verificar que para problemas maiores que 40 o CPLEX perde um pouco o desempenho. Um exemplo disso pode ser analisado no teste AP40TT, em que o CPLEX leva 41750,31 segundos para encontrar a solução ótima, enquanto que o LBCS obtém um resultado em um tempo dez vezes menor.

5. Conclusões

O problema de localização de concentradores Capacitado é um problema de Otimização Combinatória relevante, pois ocorre em diversas situações práticas em que o transporte de alguma entidade (pessoas, dados, produtos, etc) precisa passar por um processo de agregação antes de ser distribuída ao seu destino. Boas soluções para o problema podem representar ganhos econômicos significativos para muitos setores empresariais.

O problema, no entanto, é conhecido ser da classe NP-difícil (GAREY e JOHNSON, 1979) e algoritmos exatos para determinar a solução ótima do problema constituem um grande desafio, pois precisam utilizar métodos que exigem grande esforço computacional e podem ser impraticáveis para exemplares do problema de grandes dimensões.

Baseado nos estudos e testes realizado sobre a técnica LB é possível identificar que uma das vantagens da utilização desse método é que ele pode começar a busca através de uma solução boa (obtida por uma metaheurística). No entanto uma das maiores dificuldades identificadas é que o CPLEX gasta a maior parte do seu tempo tentando provar que a solução encontrada é ótima, logo, acredita-se que um dos principais desafios constituem em definir melhores limitantes superiores e inferiores para o problema.

Acredita-se que com a experiência obtida para o problema de localização de concentradores (ALMEIDA e SENNE, 2008, 2009, 2010a, 2010b; SENNE e ALMEIDA, 2009) e com o refinamento da técnica apresentada neste trabalho, a busca por soluções do LB terá seu tempo consideravelmente reduzido.

Como sugestão para continuação do trabalho fica o aprimoramento da técnica LB para problemas de localização de concentradores capacitado e a extensão do uso desta técnica aos problemas de Localização de Concentradores com Alocação Múltipla.

Referências

- Abdinnour-Helm, S.** (1998) A hybrid heuristic for the uncapacitated hub location problem. *European Journal of Operations Research*, v. 106, p. 489-499.
- Abdinnour-Helm, S.; Venkataramanan, M.A.** (1993) *Using simulated annealing to solve the p-hub location problem*. In: IRMIS Working paper, Decision and Information Systems Department, School of Business.
- Almeida, W.G.; Senne, E.L.F.** (2008) Uma Aplicação da Busca por Agrupamentos ao Problema de Localização de Concentradores Não-capacitado. In: XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, João Pessoa, PB. Anais do XL SBPO. Rio de Janeiro, RJ, SOBRAPO, p. 1-9.
- Almeida, W. G. ; Senne, E. L. F.** (2009) Meta-heurísticas para o problema não-capacitado de localização de p-concentradores. In: XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Porto Seguro, BH. Anais do XLI SBPO. Rio de Janeiro, RJ : SOBRAPO. p. 2001-2012.
- Almeida, W. G. ; Senne, E. L. F.** (2010a) Soluções meta-heurísticas para o problema de localização de concentradores com restrições de capacidade. In: Encontro Mineiro de Engenharia de Produção, Coronel Fabriciano - MG. Anais do EMEPRO.
- Almeida, W. G., Senne, E. L. F.** (2010b) Metaheurística híbrida com busca por agrupamento aplicado ao problema de localização de hubs com restrições de capacidade In: XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), 2010, Bento Gonçalves - RS, 2010.
- Aykin, T.** (1994) Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem. *European Journal of Operational Research*, v. 79, n. 33, p. 501-523.
- Carello, G.; Della Croce, F.; Ghirardi, M.; Tadei, R.** (2004) Solving the Hub Location Problem in Telecommunication Network Design: A Local Search Approach. *Networks*, v. 44, n. 2, p. 94-105.
- Chaves, A. A.** (2009) *Meta-heurística híbrida com busca por agrupamentos aplicada a problemas de otimização combinatória*. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 197 p.
- Chen, J.F.** (2008) A note on solution of the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *Journal of Chinese Institute of Industrial Engineers*, v. 25, p. 11-17.

- Cunha, C.B.; Silva, M.R.** (2007) A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a LTL trucking company in Brazil. *European Journal of Operational Research*, v. 179, p. 747-758.
- Ebery, J.** (2001). Solving Large Single Allocation p-hub problems with two or three hubs. *European Journal of Operational Research*, v. 128, p. 447-458.
- Ernest, A.; Krishnamoorthy, M.** (1996) Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *Location Science*, v. 4, n. 3, p. 139-154.
- Ernst, A.T.; Krishnamoorthy, M.** (1999) Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem, *Annals of Or*, v. 86, p. 141-159.
- Fischetti, M.; Polo, C.; Scantamburlo, M.** (2004) A Local Branching Heuristic for Mixed-Integer Programs with 2-Level Variables, with an Application to a Telecommunication Network Design Problem. *Networks*, v. 44, n. 2, p. 61-72.
- Garey, M. R.; Johnson, D. S.** (1979) *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, San Francisco: W.H. Freeman.
- Glover, F.** (1996) Tabu Search and adaptative memory programming: Advances, aplicacions and challenges. *Interfaces in Computer Science and Operational Research*, Kluwer, p. 1-75.
- Goldman, A.J.** (1969) Optimal location for centers in a network. **Transportation Science**, v. 3, p. 352-360.
- Hamacher, H.W.; Labbé, M.; Nickel, S.; Sonneborn, T.** (2004) Adapting Polyhedral Properties from Facility to Hub Location Problems. *Annals of Operations Research*, v. 145, p. 104-116.
- Hansen, P.; Mladenovic, N.; Urosevic, D.** (2006) Variable neighborhood search and local branching. *Computers and Operations Research*, v. 33, p. 3034-3045.
- Kirkpatrick, S.; Gelatt Junior, C.D.; Vecchi, M.P.** (1983) Optimization by Simulated Annealing. *Science*, New York, v.220, p.671-680, 1983.
- Klincewicz, J.** (1991) Heuristics for the p-hub median problem. *European Journal of Operations Research*, v. 79, p. 25-37.
- Oliveira, A.C.M.; Lorena, L.A.N.** (2004) Detecting promising areas by evolutionary clustering search. *Advances in Artificial Intelligence*, Springer Lecture Notes in Artificial Intelligence Series, p. 193-207.
- Oliveira, A.C.M.; Lorena, L.A.N.** (2007) *Hybrid Evolutionary Algorithms and Clustering Search*. Hybrid Evolutionary Algorithms, Studies in Computational Intelligence, Volume 75, Springer Berlin, p. 77-99.
- O'Kelly, M.** (1987) A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research*, v. 32, p. 393-404.
- Senne, E.L.F.; Almeida, W.G.** (2009) Uma meta-heurística de agrupamento para o problema de localização de concentradores. VIII Congreso Chileno de Investigación Operativa, OPTIMA 2009, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile, Octubre 7-10.
- Smith, K.; Krishnamoorthy, M.; Palaniswami, M.** (1996) Neural versus traditional approaches to the location of interacting hub facilities. *Location Science (Special Issue on Hub Location)*, v. 4, n. 3, p. 155-171.
- Topcuoglu, H.; Corut, F.; Ermis, M.; Yilmaz, G.** (2005) Solving the uncapacitated hub location problem using genetic algorithms. *Computers and Operations Research*, v. 32, p. 967-984.