

UMA AVALIAÇÃO EMPÍRICA DE DUAS OPÇÕES PARA MODELAGEM DE SISTEMAS FÍSICOS

ALESSANDRO G. ROMERO

*Curso de Engenharia e Tecnologia Espaciais/Engenharia e Gerenciamento de Sistemas Espaciais-ETE/CSE,
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Avenida dos Astronautas, 1.758 – 12227-000 – São José dos Campos - SP
romgerale@yahoo.com.br*

MARCELO L. O. SOUZA

*Divisão de Mecânica Espacial e Controle- DMC,
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Avenida dos Astronautas, 1.758 – 12227-000 – São José dos Campos - SP
marcelo@dem.inpe.br*

Abstract— The theories and applications of physical systems face enormous challenges. The efforts to develop these systems have increasingly suffered from cost and schedule overruns. In fact, to mitigate this issue, many formalisms have been developed, including: signal flow modelling using block diagrams and physical flow modelling. This paper presents an empirical evaluation of these two options for modelling physical systems. This evaluation was performed using a case study, the inverted pendulum. In this case study, eight models for the same problem have been developed containing the main alternatives that each formalism offers. Finally, a quantitative metric of these models was extracted, and allowed the authors to quantitatively conclude that physical flow modelling offers advantages even in simple scenarios.

Keywords— Signal flow modeling, block diagrams, physical flow modeling, Modelica, modeling physical systems.

Resumo— As teorias e aplicações de sistemas físicos enfrentam enormes desafios. Os esforços para o desenvolvimento destes sistemas têm sofrido, cada vez mais, com o não cumprimento de custos e prazos planejados. Para mitigar isso diversos formalismos foram desenvolvidos e são usados para a modelagem deste tipo de sistema. Dentre eles os mais comuns são: modelagem de fluxo de sinal através de diagrama de blocos e modelagem por fluxos físicos. O presente trabalho apresenta uma avaliação empírica destas duas opções para modelagem de sistemas físicos. Para efetuar esta avaliação, um caso de estudo foi selecionado: o pêndulo invertido. Neste caso de estudo, oito modelos para o mesmo problema, foram desenvolvidos contendo as principais alternativas que cada formalismo oferece. Ao final uma métrica quantitativa foi extraída destes modelos, e permitiu aos autores quantitativamente concluir que a modelagem por fluxos físicos oferece vantagens mesmo em cenários simples.

Palavras-chave— Modelagem por fluxos de sinal, diagrama de blocos, modelagem por fluxo físico, Modelica, modelagem de sistemas físicos.

1 Introdução

As teorias e aplicações de sistemas físicos enfrentam enormes desafios. Os esforços para o desenvolvimento destes sistemas têm sofrido, cada vez mais, com o não cumprimento de custos e prazos planejados. Enquanto a dificuldade na modelagem de sistemas físicos vem da diversidade destes sistemas, a mais promissora abordagem para mitigar este problema é desenvolver linguagens de modelagem muito expressivas e gerais (Cartwright *et alli.*, 2006). Neste sentido muitos formalismos foram desenvolvidos e são usados para a modelagem de sistemas físicos (Tiller, 2001), dentre eles os mais comuns são: (a) modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos e (b) modelagem por fluxos físicos.

O presente trabalho apresenta uma avaliação empírica entre estas alternativas através da comparação de modelos gerados com tais formalismos. Para esta avaliação, um caso de estudo foi definido e oito modelos para este mesmo caso de

estudo foram desenvolvidos. A linguagem Modelica é usada para a modelagem por fluxos físicos.

A próxima seção apresenta uma breve revisão dos dois formalismos. Em seguida, os trabalhos correlatos são avaliados. Então, a avaliação empírica é apresentada. Por fim, as conclusões são compartilhadas.

2 Breve revisão dos formalismos

2.1 Modelagem por fluxos de sinal

De acordo com Fritzon (Fritzon, 2006) existem duas alternativas prevalentes neste formalismo, sendo elas: (a) modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos e (b) espaço de estado.

A literatura oferece diversos rótulos para este formalismo. Tiller (Tiller, 2001) usa modelagem por diagrama de blocos (*block diagram modeling*). Fritzon chama-o de modelagem causal orientada a blocos (*causal block-oriented modeling*) (Fritzon, 2011), de modelagem causal baseada em blocos (*causal block-based model*) (Fritzon, 2012) ou ainda de abordagem tradicional de estilo de sinal orientada

a blocos (*traditional signal-style block-oriented approach*) (Fritzson, 2006). No presente trabalho, ela é chamada de modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos.

O diagrama de blocos é uma forma elegante de representar comportamentos matemáticos porque ele é simples e fácil de entender. Operadores matemáticos como adição, multiplicação e integração aparecem explicitamente nestes diagramas (Tiller, 2001). Eles permitem uma visualização gráfica de relacionamentos matemáticos. Usando diagrama de blocos, um sistema é descrito por uma rede de blocos interconectados, cada bloco usa quantidades conhecidas para o cálculo de quantidades desconhecidas. Decomposição hierárquica é suportada, pois um conjunto de blocos conectados, formando um diagrama de blocos, pode, ele próprio, ser tratado como um bloco (Fritzson, 2011). A Figura 2. apresenta um modelo usando diagrama de blocos, concebido no Scicos (SCICOSLAB, 2012).

2.2 Modelagem por fluxos físicos

A literatura oferece diversos rótulos para este formalismo. Tiller (Tiller, 2001) usa modelagem acausal (*acausal modeling*). Fritzson (Fritzson, 2011) chama de modelagem física (*physical modeling*). No presente trabalho, ela é chamada de modelagem por fluxos físicos.

Modelagem por fluxos físicos é descrever sistemas ou componentes em termos de leis de conservação. Com formulações por fluxos físicos não há especificação explícita de entradas e saídas do sistema. Em vez disso, equações constitutivas (por exemplo, $F = m \cdot a$) são combinadas com equações de conservação para determinar o sistema global de equações a serem resolvidas (Tiller, 2001). Ele é um estilo declarativo de modelagem, no sentido de que a modelagem é baseada em equações em vez de declarações de atribuição (Fritzson, 2011). A Figura 10. apresenta um modelo usando modelagem por fluxos físicos com Modelica, concebido no OpenModelica (OPENMODELICA, 2012).

2.3 Diferença fundamental

A diferença fundamental é que a modelagem por fluxos de sinal através de diagramas de blocos é uma modelagem de baixo nível contendo informação matemática. Ela representa o processamento do problema em um conjunto específico de operações matemáticas usadas para resolver o problema. Por outro lado, a modelagem por fluxos físicos preserva os detalhes físicos do problema sem especificar o processo pelo qual será resolvido (Tiller, 2001).

2 Modelica: A linguagem

Existem diversas linguagens projetadas para permitir a modelagem por fluxos físicos, dentre elas

Modelica (Modelica Association, 2012) é o estado da arte na modelagem por fluxos físicos multi-domínio (Broman, 2010).

A idéia básica por trás da Modelica era criar uma linguagem que pudesse expressar o comportamento de modelos de uma vasta gama de domínios de engenharia sem limitar estes modelos a uma ferramenta comercial particular (Tiller, 2001).

Modelica é uma especificação não-proprietária de uma linguagem de modelagem que permite especificação de modelos matemáticos de sistemas grandes, complexos e heterogêneos. De acordo com Fritzson (Fritzson, 2011) as principais características da Modelica são: (a) modelagem multi-domínio – atende sistemas mecânicos, elétricos, hidráulicos, etc...; (b) modelagem hierárquica visual por fluxos físicos – componentes podem ser conectados visualmente de forma física e hierárquica, a notação gráfica é limitada a notações específicas de domínio e um tipo de diagrama, o diagrama de conexão; (c) linguagem declarativa textual para equações; (d) modelagem híbrida – permite projetar e simular sistemas com características contínuas e discretas.

Uma definição mais recente é dada por Broman (Broman, 2010): Modelica é uma linguagem orientada a objeto baseada em equações (*Equation-based Object-Oriented language - EOO*), que por sua vez é uma linguagem específica de domínio usada para modelar a interação entre objetos, utilizando-se equações matemáticas para prover uma descrição física de comportamento.

Modelica suporta tanto modelagem por fluxos físicos quanto modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos.

3 Trabalhos correlatos

Fritzson (Fritzson, 2006) lista e discorre sobre desvantagens qualitativas de cinco abordagens para modelagem de sistemas físicos, todas suportadas pela Modelica, sendo elas:

- Modelagem por fluxo de sinal através de diagrama de blocos – nela são conectadas operações matemáticas para resolução do problema. As seguintes desvantagens são elencadas pelo autor: (a) a topologia de decomposição do sistema não corresponde à estrutura física do sistema; (b) converter equações em diagrama de blocos pode ser bastante trabalhoso, e suscetível a erros; (c) os modelos físicos tornam-se difíceis de compreender; (d) pequenas mudanças no modelo de computação (por exemplo, calcular posição a partir da força em vez de força a partir de posições) requer redesenho do modelo inteiro.
- Modelagem por fluxos de sinal no espaço de estado – nela são usadas variáveis de estado para modelagem do sistema. As seguintes

desvantagens são elencadas pelo autor: (a) a decomposição do sistema não corresponde à estrutura física do sistema; (b) a divisão em subsistemas é difícil, se as conexões não são do tipo entrada e saída;

- Modelagem por fluxos físicos a partir de componentes disponíveis em uma biblioteca – aquela onde componentes disponíveis em uma biblioteca são instanciados e conectados em modelos hierárquicos;
- Modelagem por fluxos físicos focada em um único modelo – nela um único modelo é construído com as equações textuais. As seguintes desvantagens são elencadas pelo autor: (a) não existe estrutura; (b) apesar de mais rápida, ela é pouco flexível; (c) não apresenta estrutura visual;
- Modelagem por fluxos físicos com construção de componentes em uma biblioteca – nela o sistema é dividido em componentes criados a partir do zero para a construção de uma nova biblioteca.

Tiller (Tiller, 2001) indica que a modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos é adequada para sistemas de controle, e a modelagem por fluxos físicos é conveniente para sistemas físicos. Fritzson (Fritzson, 2006) complementa destacando que modelagem de fluxo de sinal através de diagramas de bloco funciona bem para sistemas de controle, porque os engenheiros de controle projetam os circuitos para comportar-se de tal maneira que a estrutura do fluxo de sinal e a estrutura topológica coincidem, por exemplo, por utilizar laços de realimentação.

Fritzson (Fritzson, 2012) apresenta os resultados sumarizados de uma comparação entre três técnicas de modelagem, sendo elas: (a) código proprietário, por exemplo: C, Ada, Fortran, etc...; (b) modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos, por exemplo: Scicos, etc...; (c) modelagem por fluxos físicos com Modelica. Segundo este trabalho, Modelagem de fluxo físico permite o desenvolvimento e manutenção mais rápido de modelos, através das seguintes características: (a) facilidade na decomposição do sistema; (b) facilidade na modelagem de subsistemas; (c) eliminação da derivação manual das relações de entrada/saída.

Kofránek *et alli* (Kofránek *et alli.*, 2008) compara qualitativamente a modelagem por fluxos de sinal através de diagramas de blocos com a modelagem por fluxos físicos usando Modelica. Conclui que uma descrição física captura a essência da realidade modelada de forma melhor, os modelos são mais legíveis e, assim, menos suscetíveis a erros.

Najafi e Nikoukhah (Najafi e Nikoukhah, 2006), afirmam que muitas vezes, é possível modelar equações diferenciais com modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos, entretanto essa não é uma tarefa fácil nem eficiente. Tais autores indicam que o Scicos (SCICOSLAB, 2012), um

software baseado na modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos, possui alternativas para simular modelagem por fluxos físicos com programas Modelica.

Comparações quantitativas não foram localizadas na literatura.

4 Projeto do experimento e método utilizado

O objetivo do experimento é comparar a modelagem por fluxos de sinal através de diagramas de blocos à modelagem por fluxos físicos definida com Modelica para um mesmo problema.

Para isso a métrica “complexidade estrutural” (Zuse, 1991) foi selecionada. A métrica é definida pela equação (1), onde M é o número de módulos e A é o número de conexões.

$$SC = \frac{|A|}{|M|} \quad (1)$$

A métrica de complexidade estrutural (Zuse, 1991) foi definida, nestes termos, na Engenharia de Software. Entretanto como uma métrica de contagem ela pode ser aplicada a modelos, em um contexto mais geral (Monperrus *et alli.*, 2007). Tal métrica tenta medir o tempo necessário para entender e modificar um sistema adequadamente (Monperrus *et alli.*, 2007). A contagem de modelos é, apesar de simples e controversa, uma maneira objetiva para avaliação de modelos (Monperrus *et alli.*, 2007).

No presente trabalho, a métrica complexidade estrutural é computada através da inspeção de cada diagrama considerando cada bloco como um módulo (M) e cada ligação entre eles como uma conexão (A). Caso não exista diagrama, a SC é definida como 0.

Esta métrica permite uma avaliação determinística dos modelos, visuais, a serem apresentados. Entretanto, o uso de estatísticas pode auxiliar na obtenção de mais indícios para um raciocínio indutivo.

Sendo assim, assumindo como variável independente o uso ou não do formalismo modelagem por fluxos físicos, e a complexidade estrutural (SC) de tais modelos como a variável aleatória, definiu-se as seguintes hipóteses:

- Hipótese nula: Não existe diferença significativa entre a complexidade estrutural de modelos por fluxos físicos (*fluxoFísico*) e por fluxos de sinal através de diagrama de blocos (*fluxoSinal*).

$$H_0: SC(\text{fluxoFísico}) = SC(\text{fluxoSinal})$$

- Hipótese alternativa: Existe diferença significativa entre a complexidade estrutural de modelos por fluxos físicos e por fluxos de sinal através de diagrama de blocos.

$$H_1: SC(\text{fluxoFísico}) \neq SC(\text{fluxoSinal})$$

A coleta de dados foi realizada através da realização de um caso de estudo. Neste, três grupos foram

coletados: (a) modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos; (b) modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos com Modelica; (c) modelagem por fluxos físicos com Modelica. Os dados foram tabulados e analisados, considerando amostras aleatórias e independentes de populações com distribuições normais e variância igual. Neste cenário, a complexidade estrutural média para os grupos (a) e (c) foi submetida ao teste t-Student para a avaliação do impacto do formalismo modelagem por fluxos físicos à complexidade estrutural. As diferenças foram consideradas significativas para valores de $p < 0.1$.

5 Coleta de dados através do caso de estudo

Para a avaliação empírica o caso de estudo selecionado foi o pêndulo invertido. A singularidade de um pêndulo invertido, devido a sua natural instabilidade, possibilita diversas pesquisas nas áreas de controle, eletrônica e software. A próxima seção apresenta de forma breve a modelagem matemática deste sistema físico. Em seguida, são apresentados os modelos para cada uma das alternativas a serem avaliadas.

5.1 Modelagem matemática

O pêndulo invertido é um modelo simples usado no controle de atitude de lançadores na sua partida. O objetivo do problema de controle de atitude é manter o lançador na posição vertical. O pêndulo invertido é instável, pois pode cair a qualquer momento em qualquer sentido, a não ser que uma força de controle seja aplicada (Ogata, 2009).

O pêndulo invertido montado sobre um carro com um motor é mostrado na Figura 1. A força de controle u é aplicada ao carro.

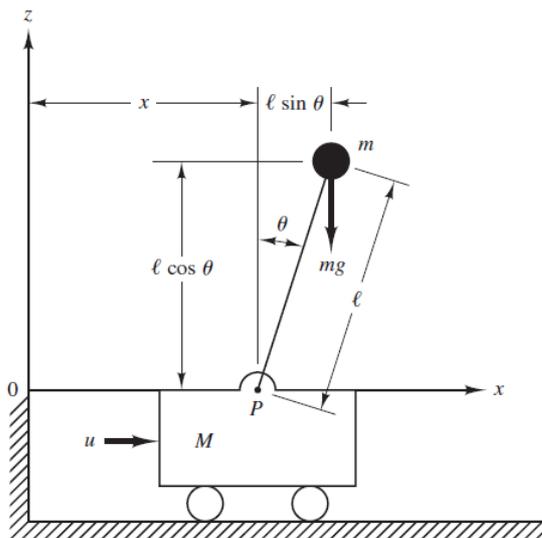


Figura 1. Pêndulo invertido (Ogata, 2009).

Assumindo que: o carro e o pêndulo só se movimentam para a direita e para a esquerda, ou seja, o problema é de duas dimensões; o carro e a haste não sofrem fricção; o centro de gravidade da haste está no centro geométrico da mesma; e o momento de inércia do pêndulo é zero (0).

Este sistema pode ser descrito, após linearização (Ogata, 2009), pelas seguintes equações.

$$Ml\ddot{\theta} = (M + m)g\theta - u \quad (2)$$

$$M\ddot{x} = u - mg\theta \quad (3)$$

Neste caso de estudo é desejado o controle tanto do ângulo e da velocidade angular da haste, como da posição e da velocidade do carro. Sendo assim, se forem consideradas saídas para o sistema a equação (4), a modelagem no espaço de estados pode ser descrita conforme as equações (5) e (6).

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m}{M}g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{M+m}{Ml}g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

As seções a seguir assumem os seguintes valores para os parâmetros do sistema: $M = 2 \text{ Kg}$, $m = 0,1 \text{ Kg}$ e $l = 0,5\text{m}$.

5.2 Modelagem por fluxos de sinal

Usando-se o Scicos (SCICOSLAB, 2012), as equações (2) e (3) podem ser descritas por diagrama de blocos conforme a Figura 2.

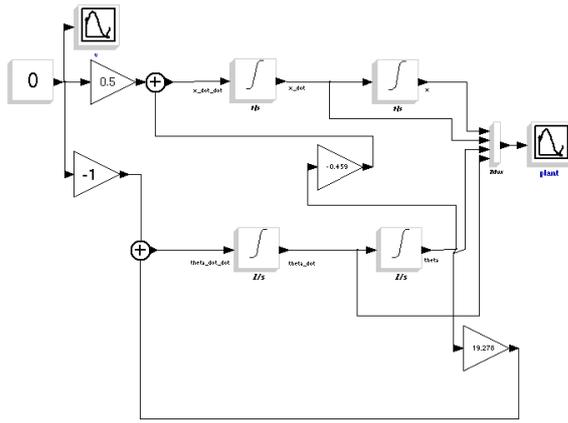


Figura 2. Equações (2) e (3) modeladas por diagrama de blocos (Diagrama de blocos I).

Neste caso, foi realizada a adição de quatro blocos não mandatórios para descrição das equações (2) e (3). Existem três motivos para esta adição: (a) necessidade de um bloco (CONST_m) de entrada para a simulação; (b) opção por visualizar o resultado do sistema como uma matriz 4x1, assim como na modelagem por espaço de estados, para isso utiliza-se um bloco multiplexador; (c) necessidade de visualização da simulação, assim dois blocos (CSCOPE) para visualização foram inseridos, um para a entrada e outro para a saída. A complexidade estrutural obtida para o (Diagrama de blocos I) é: $18/14 = 1,285714286$.

Uma característica fundamental na análise e modelagem de sistemas é a utilização do conceito de hierarquia, os diagramas de blocos oferecem este mecanismo como forma de ocultar detalhes de um dado subdiagrama. A Figura 3 apresenta os diagramas usados para a modelagem das equações (2) e (3) considerando-se o uso de um subdiagrama para ocultar os detalhes das equações. Na Figura 3, os blocos CONST_m e CSCOPE da Figura 2 foram movidos do diagrama usado para descrever as equações (2) e (3) para o diagrama de primeiro nível na hierarquia.

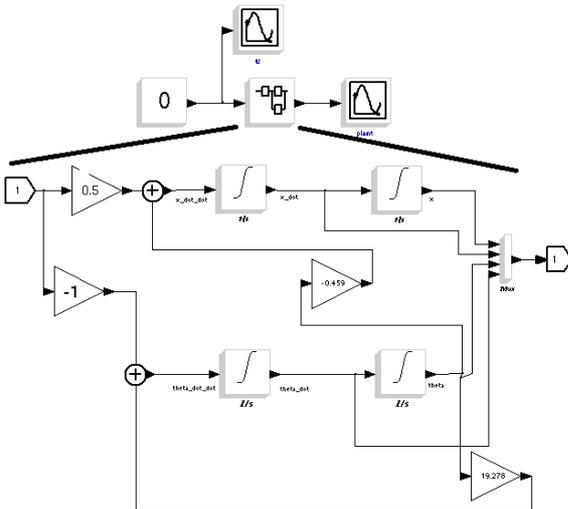


Figura 3. Equações (2) e (3) modeladas por diagrama de blocos (Diagrama de blocos II) com hierarquia.

A complexidade estrutural obtida para o (Diagrama de blocos II) é: $20/17 = 1,176470588$.

Usando a abordagem no espaço de estado, as equações (5) e (6) podem ser descritas em um diagrama de blocos utilizando-se blocos especializados. A Figura 4 apresenta o diagrama de blocos para tais equações.

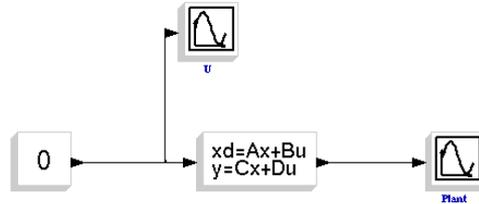


Figura 4. Equações (5) e (6) modeladas por diagrama de blocos (Diagrama de blocos III).

As matrizes A, B, C foram extraídas das equações (5) e (6) e adicionadas aos parâmetros do bloco especializado. A complexidade estrutural obtida para o (Diagrama de blocos III) é: $3/4 = 0,75$.

5.3 Modelagem por fluxos de sinal com Modelica

A linguagem Modelica (Modelica Association, 2012) oferece tanto recursos para o uso da modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos como recursos para modelagem por fluxos físicos a partir de equações descritas textualmente quanto à modelagem por fluxos físicos visual. Primeiramente, são apresentados os diagramas criados com Modelica seguindo a modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos. Em seguida, são apresentados dois modelos usando uma parte dos recursos da Modelica para modelagem por fluxos físicos.

Usando-se o OpenModelica (OPENMODELICA, 2012), as equações (2) e (3) podem ser descritas usando-se diagrama de blocos conforme a Figura 5.

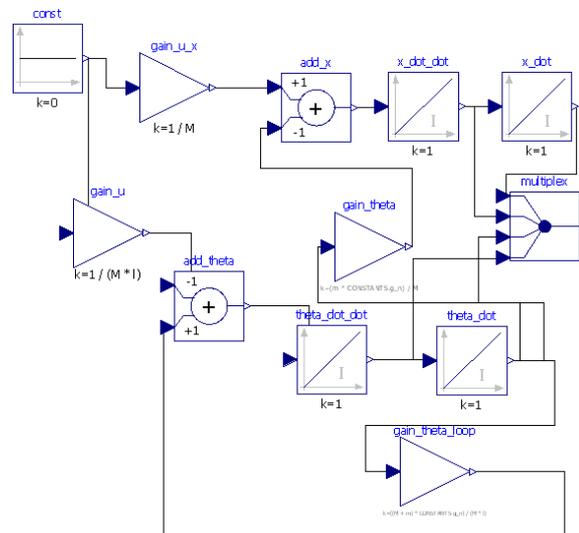


Figura 5. Equações (2) e (3) modeladas por diagrama de blocos usando-se Modelica (Modelica I).

A diferença entre o diagrama de blocos (Modelica I) e o (Diagrama de blocos I) é a ausência dos blocos de visualização. Eles são desnecessários, pois Modelica não define classes para visualização dos resultados de um experimento, simulação. A forma de exibição destes dados é responsabilidade de cada ferramenta, no caso do OpenModelica (OpenModelica, 2012) existe uma opção para adicionar qualquer atributo de uma classe a um gráfico.

A complexidade estrutural obtida para o (Modelica I) é: $16/12 = 1,333333333$.

Na linguagem Modelica também é possível usar o conceito de hierarquia, a Figura 6. (Modelica II) exibe os diagramas usados para ocultar os detalhes das equações (2) e (3). Na Figura 6, o bloco CONST_m da Figura 5 foi movido do diagrama usado para descrever as equações (2) e (3) para o diagrama de primeiro nível na hierarquia.

A complexidade estrutural obtida para o (Modelica II) é: $18/15 = 1,2$.

Usando a abordagem no espaço de estado, a linguagem Modelica permite que as equações (5) e (6) possam ser descritas utilizando-se blocos especializados no espaço de estados. A Figura 7 (Modelica III) apresenta o diagrama de blocos para tais equações.

As matrizes A, B, C foram extraídas das equações (5) e (6) e adicionadas aos parâmetros do bloco especializado.

A complexidade estrutural obtida para o (Modelica III) é: $1/2 = 0,5$.

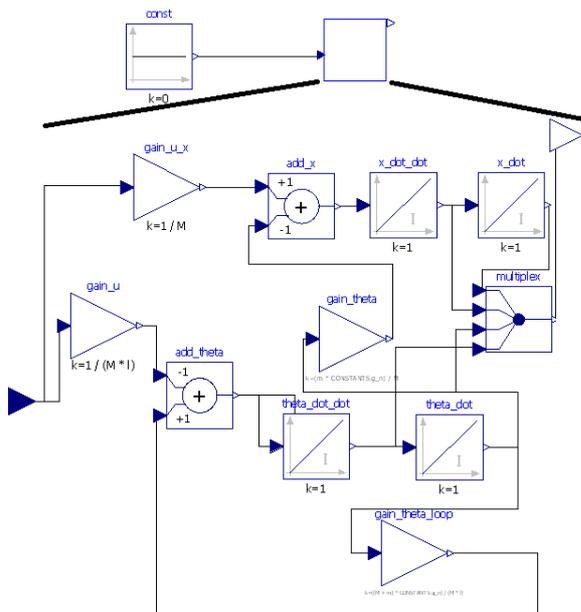


Figura 6. Equações (2) e (3) modeladas por diagrama de blocos usando-se Modelica (Modelica II) com hierarquia.



Figura 7. Equações (5) e (6) modeladas por diagrama de blocos usando-se Modelica (Modelica III).

A linguagem Modelica é baseada em texto, sendo assim, o fonte relativo a Figura 7, desconsiderando-se anotações, é exibido na Figura 8.

```

model InvertedPendulumUsingPreDefinedBlocks
  Modelica.Blocks.Sources.Constant const(k = 0);
  Modelica.Blocks.Continuous.StateSpace statespace1(
    x_start = {0,0,0.1,0},
    A = {{0,1,0,0},{0,0,-0.49,0},{0,0,0,1},
          {0,0,20.58,0}},
    B = {{0},{0.5},{0},{-1}},
    C = {{1,0,0,0},{0,1,0,0},{0,0,1,0},{0,0,0,1}},
    D = {{0},{0},{0},{0}});
  equation
    connect(const.k,statespace1.u[1]);
end InvertedPendulumUsingPreDefinedBlocks;
    
```

Figura 8. Fonte do diagrama de blocos (Modelica III).

5.4 Modelagem por fluxos físicos

A linguagem Modelica permite descrever as equações (2) e (3) sem definir entradas e saídas através de texto. A Figura 9. exibe o fonte, sem considerar anotações, para a descrição do pêndulo invertido. Este é um exemplo da modelagem por fluxos físicos focada em um único modelo (Fritzon, 2006).

```

class InvertedPendulum
  import SI = Modelica.SIunits;
  import CONSTANTS = Modelica.Constants;
  parameter SI.Mass M = 2 "Cart mass";
  parameter SI.Mass m = 0.1 "Pendulum mass";
  parameter SI.Length l = 0.5 "Pendulum length";
  SI.Angle theta(start = 0.1);
  SI.AngularVelocity theta_dot(start = 0);
  SI.Position x(start = 0);
  SI.Velocity x_dot(start = 0);
  SI.Force u;
  equation
    der(x) = x_dot;
    der(theta) = theta_dot;
    M * l * der(theta_dot) = (M + m) * CONSTANTS.g_n *
      theta - u;
    M * der(x_dot) = u - m * CONSTANTS.g_n * theta;
    u = 0;
end InvertedPendulum;
    
```

Figura 9. Equações (2) e (3) descritas textualmente usando Modelica (Modelica IV).

Neste caso não existe visualização gráfica, além disso as equações foram modeladas exatamente como definidas matematicamente. A complexidade estrutural obtida para o (Modelica IV) é: $0/1 = 0$.

Outro ponto da linguagem Modelica é a possibilidade da modelagem visual de fluxo físico a partir de bibliotecas, ou seja, blocos visuais pré-definidos são ligados seguindo sua conexão física, vide Figura 10.

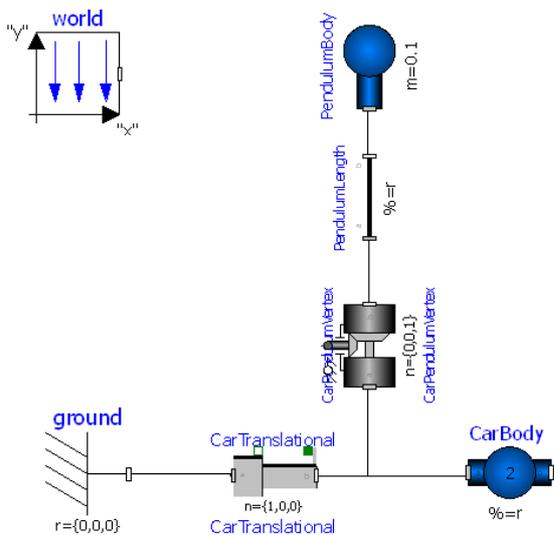


Figura 10. Pêndulo invertido usando Modelica (Modelica V).

Este é um exemplo da modelagem por fluxos físicos a partir de componentes disponíveis em uma biblioteca (Fritzson, 2006).

Este diagrama de blocos tem diferenças conceituais com os diagramas apresentados anteriormente, pois ele define a conexão entre elementos físicos. A modelagem matemática dele não é a apresentada nas equações (2) e (3), caso especial, mas do ponto de vista conceitual é um modelo aplicável ao problema. A complexidade estrutural obtida para o (Modelica V) é: $5/7 = 0,714285714$.

6 Tabulação dos dados

A Tabela 1. foi obtida do experimento.

Os resultados para os três grupos podem ser visualizados graficamente na Figura 11.

Tabela 1. Dados obtidos do experimento.

Grupo	Modelagem	Identificação do diagrama	SC
a	Fluxos de sinal	Diagrama de blocos I	1,2857142
a	Fluxos de sinal	Diagrama de blocos II	1,1764705
a	Fluxos de sinal	Diagrama de blocos III	0,75
b	Fluxos de sinal	Modelica I	1,3333333
b	Fluxos de sinal	Modelica II	1,2
b	Fluxos de sinal	Modelica III	0,5
c	Fluxos físicos	Modelica IV	0
c	Fluxos físicos	Modelica V	0,7142857

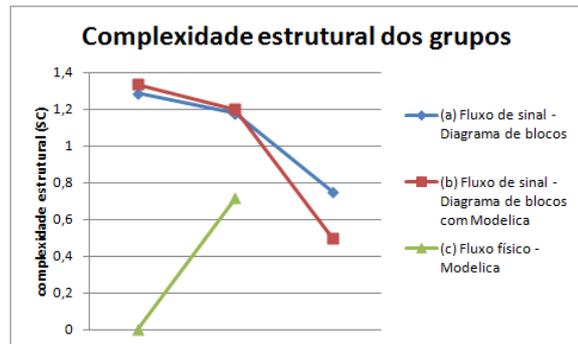


Figura 11. Representação gráfica da complexidade estrutural dos grupos.

A avaliação dos grupos (a) e (c) gerou o *box plot* exibido na Figura 12., onde os *whiskers* positivos e negativos são os valores máximos e mínimos obtidos no experimento.

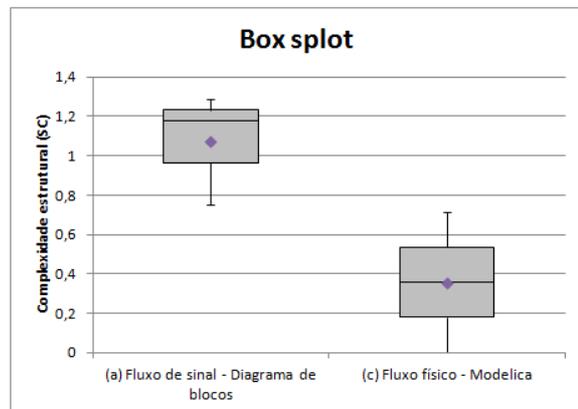


Figura 12. Representação gráfica da complexidade estrutural dos grupos (a) e (c).

O teste *t-Student* aplicado às médias da complexidade estrutural dos grupos (a) e (c) apresenta $p = 0,063235757$. Ou seja, a H_0 pode ser rejeitada com fraca evidência.

7 Análise e discussão

A Figura 11. indica baixa influência da linguagem Modelica quando se utiliza a modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos, dado que as curvas para os grupos (a) e (b) são muito similares. Isto era uma constatação esperada, dado que não houve mudança na abordagem para projeto dos modelos.

Ainda na Figura 11. o grupo (c) destaca-se como aquele que apresenta mínima complexidade estrutural e a terceira menor complexidade estrutural. A Figura 12. reforça esta observação, pois mostra o *whisker* negativo do grupo (a) maior que o *whisker* positivo do grupo (c). Ou seja, mesmo com um caso de estudo restrito a diferença da complexidade estrutural dos modelos obtidos com a modelagem por fluxos físicos é significativa.

Além disso, de acordo com o teste *t-Student* e a significância definida no projeto do experimento, a hipótese H_0 pode ser rejeitada, mesmo que com pouca evidência.

8 Conclusão

Com base nos modelos construídos durante o experimento, nos resultados quantitativos e nas características dos formalismos avaliados para modelagem, os autores consideram que o uso de linguagens orientadas a objeto baseadas em equações (*Equation-based Object-Oriented language - EOO*) é fundamental para a factibilidade de projetos cada vez mais diversos. É preciso considerar que, segundo Tiller (Tiller, 2001), a maioria dos pontos fracos da modelagem por fluxos de sinal através de diagrama de blocos aparece quando o sistema começa a ficar grande e complexo, enquanto que a modelagem por fluxos físicos escala bem para sistemas grandes e complexos.

Esta conclusão é ratificada pela crescente oferta de ferramentas comerciais, algumas delas consagradas por oferecer ambientes para diagrama de blocos, oferecendo modelagem por fluxos físicos.

Dentre as EOOs, Modelica alcançou um status diferenciado tanto pela pesquisa acadêmica como pelo uso comercial (Broman, 2010).

Os próximos trabalhos devem explorar como modelar sistemas híbridos de tempo real com Modelica.

Agradecimentos

Agradecemos ao Professor Doutor Mauricio Gonçalves Vieira Ferreira por concordar que trabalhos em torno da linha principal de pesquisa sejam executados.

Referências Bibliográficas

- Broman, David. (2010). *Meta-Languages and Semantics for Equation-Based Modeling and Simulation*. Thesis No. 1333. Department of Computer and Information Science, Linköpings universitet, Sweden.
- Cartwright, R.; Kelly, K.; Koushanfar, F.; Taha, W.; (2006). *Model-Centric Cyber-Physical Computing*. In proceedings ... NSF Workshop on Cyber-Physical Systems, 2006, Austin, Texas: USA.
- Fritzson, P. (2006). *Introduction to Object-Oriented Modeling and Simulation with OpenModelica*. Disponível em: <<http://www.ida.liu.se/~pelab/modelica/OpenModelica/Documents/ModelicaTutorialFritzson.pdf>>. Acessado em: 01.abr.2012.
- Fritzson, P. (2011). *Introduction to Modeling and Simulation of Technical and Physical Systems with Modelica*. USA: IEEE Press, John Wiley & Sons, Inc.
- Fritzson, P. (2012). *Introduction to Object-Oriented Modeling, Simulation and Control with Modelica*. In proceedings... 6th MODPROD Workshop on Model-Based Product Development. Linköping University, Sweden, 2012. Disponível em: <<http://www.modprod.liu.se/modprod2012/1.322778/modprod2012-tutorial1-Peter-Fritzson-ModelicaTutorial.pdf>>. Acesso em: 01.abr.2012.
- Kofránek, J.; Mateják, M.; Privitzer, P; Tribula, M. (2008). *Causal or acausal modelling: labour for humans or labour for machines*. In proceedings... Technical Computing Prague 2008. Conference Proceedings. Prague, 2008.
- Monperrus, M.; Champeau, J.; Hoeltzener, B. (2007). *Counts count*. In proceedings... 2nd workshop on Model Size Metrics Co-located with MODELS 2007 October 2007 Nashville, USA.
- Najafi, M.; Nikoukhah, R. (2006). *Modeling and simulation of differential equations in Scicos*. In proceedings... 5th International Modelica Conference, September, 2006 Vienna, Austria.
- Ogata, Katsuhiko (2009). *Modern Control Engineering*, Fifth Edition.
- OPENMODELICA (2012). OPENMODELICA Site. Disponível em: <<http://www.openmodelica.org/>>. Acesso em: 01.abr.2012.
- Modelica Association (2012). *A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems Modeling*. Disponível em: <<https://www.modelica.org/documents/ModelicaSpec31.pdf>>. Acesso em: 01.abr.2012.
- SCICOSLAB (2012). SCICOSLAB Site. Disponível em: <<http://www.scicoslab.org/>>. Acesso em: 01.abr.2012.
- Tiller, M. (2001). *Introduction to physical modeling with Modelica*. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Zuse, Horst (1991). *Software complexity: Measures and methods (Programming complex systems)*. Berlin: Walter de Gruyter, 1991.