

O GPS: unindo ciência e tecnologia em aulas de física

(*The GPS: connecting science and technology in physics classes*)

Daniel Capella Zanotta^{1,2}, Eliane Cappelletto^{3,4} e Marcelo Tomio Matsuoka⁴

¹*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Rio Grande, RS, Brasil*

²*Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil*

³*Universidade Federal de Rio Grande, Rio Grande, RS, Brasil*

⁴*Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil*

Recebido em 7/7/2010; Aceito em 24/2/2011; Publicado em 12/7/2011

Neste artigo, os conceitos físicos envolvendo a tecnologia usada no Sistema de Posicionamento Global (GPS) são analisados do ponto de vista histórico e didático. As conexões existentes entre o funcionamento do GPS e as descobertas recentes da física, como a mecânica quântica e a teoria da relatividade, assim como os erros inerentes ao sistema, são descritos e exemplificados numericamente. Ao final, uma tarefa prática visando o melhor entendimento e familiarização com o sistema é sugerida. A partir da realização da atividade com alunos de graduação em física, algumas observações são feitas com o objetivo de orientar a execução da mesma.

Palavras-chave: tecnologia espacial, posicionamento, teoria da relatividade, mecânica quântica, ensino de física.

This work aims at describe historically and didactically the physical concepts on the technology employed in the Global Positioning System (GPS). The existing connections between the GPS and the early physical findings, like the Theory of Relativity and the Quantum Mechanics, and the inherent inaccuracies, are described and numerically exemplified. In the end, a practice task is proposed in order to improve understanding and familiarity with the system. From the performance of the activity made with undergraduate students of physics, some observations are made in order to guide its execution.

Keywords: space technology, positioning, theory of relativity, quantum mechanics, physics education.

1. Introdução

O século XX foi marcado pelo desenvolvimento de tecnologias capazes de revolucionar a vida da humanidade. Ao questionarmos o motivo pelo qual essas novidades tecnológicas tiveram seu aparecimento concentrado nesse período histórico, nos deparamos com um certo número de construções teóricas inovadoras, gestadas no campo da física teórica, que alavancaram o progresso da engenharia de um modo sem precedentes. Dentre os produtos gerados, tem destaque o Sistema de Posicionamento Global, popularmente conhecido como GPS (acrônimo em inglês de *Global Positioning System*), que, pela sua praticidade, tornou-se indispensável para a sociedade atual. A precisão e a rapidez com que um receptor GPS determina a posição de um ponto localizado no globo terrestre tem sido de grande utilidade para a navegação (terrestre, marítima e aérea), carto-

grafia, geodinâmica, entre tantos outros procedimentos que necessitam de posicionamento.

O alicerce teórico existente por trás do funcionamento da tecnologia de localização por satélites é fruto de uma parceria bem sucedida entre a teoria da relatividade e a mecânica quântica. Fundamenta-se na transferência de informações, através de ondas eletromagnéticas, entre satélites artificiais e aparelhos receptores localizados em terra, e necessita de precisão temporal da ordem de bilionésimos de segundo proporcionada por relógios atômicos, sendo um ótimo representante da utilização funcional das teorias físicas recentes [1]. Mesmo fazendo uso de conceitos pertencentes à física moderna, o sistema não se afasta muito do que é apresentado hoje em dia na disciplina de física de nível médio, pois os satélites do segmento espacial do GPS orbitam a Terra, em uma primeira aproximação, obe-

¹E-mail: daniel.zanotta@riogrande.ifrs.edu.br.

decendo a leis clássicas como a da gravitação universal.

Atualmente a física moderna tem sido alvo de vários estudos no ensino universitário e também com vistas à sua gradual inserção no ensino médio. Ensinar a partir de aplicações práticas, e derivadas da física moderna não apenas é um modo de motivar os estudantes, mas também proporciona discussões a respeito das relações entre ciência, tecnologia e sociedade, um dos temas transversais sugeridos nos PCN+ (Parâmetros Curriculares Nacionais), referências de qualidade por área para a educação no ensino fundamental em todo o país [2]. Muitos alunos consideram as aulas experimentais interessantes e motivadoras. Da mesma forma, a contextualização do ensino pelo uso de elementos do cotidiano potencializa a aprendizagem, na medida em que dá sentido ao conhecimento físico, tornando-o intrinsecamente estimulante e prazeroso. Nesse sentido, vários estudos têm procurado estreitar laços entre as situações cotidianas e os assuntos de física discutidos em sala de aula [3-5].

Seguindo essa tendência, o presente trabalho pretende atuar como suporte conceitual e pedagógico para o entendimento do GPS a partir das teorias físicas que embasam seu funcionamento. Constitui-se de uma abordagem introdutória que abrange tanto conceitos da física moderna quanto da clássica, direcionando-os para o aprendizado prático. Inicialmente discute-se a definição, os objetivos e a contextualização do sistema dentro do panorama histórico existente desde sua criação. Depois se discute mais detalhadamente o funcionamento propriamente dito. Relata-se também um pouco da história do principal componente do sistema, o relógio atômico. Ao final, exploram-se as aplicações didáticas do equipamento através de uma tarefa prática de fácil execução, uma vez que, pela redução do custo dos receptores, seu uso tem se popularizado nos últimos anos.

2. Sobre o GPS

2.1. Descrição e histórico do sistema

O GPS é um sistema de posicionamento de abrangência global em tempo real, desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos, nas últimas décadas do século passado. Embora a obtenção das coordenadas espaciais de um ponto possa ser considerada, atualmente, uma tarefa fácil, há muito tempo se procurava uma maneira de localização terrestre que substituísse as fontes de orientação pouco precisas proporcionadas pela orientação do Sol, das estrelas e dos planetas, predominante durante séculos [6].

Em meados do século passado, a antiga União Soviética lançou com sucesso, no dia 4 de outubro de 1957, o satélite *Sputnik*, primeiro satélite artificial a

orbitar a Terra. Após alguns testes, ficou claro que era possível utilizar tais instrumentos para o posicionamento global. O primeiro satélite GPS operacional foi lançado em 1978; o sistema atingiu a plena capacidade de 24 satélites dezessete anos depois, em 1995 [7].

A idéia inicial do projeto continha uma única proposta: aperfeiçoar o poder das forças armadas dos Estados Unidos e seus aliados. A possibilidade de guiar trajetórias de mísseis, localizar tropas e realizar manobras precisas de combate revolucionou as estratégias militares. Com o sucesso da tecnologia, rapidamente foi sendo despertado um grande potencial na esfera civil, com aplicações comerciais e científicas que incluem desde o aprimoramento da administração do tráfego aéreo, afinando e organizando planos de voo, até o mapeamento urbano de precisão, permitindo o apontamento de destinos e a otimização de rotas.

O GPS conta com dois tipos de serviço de posicionamento diferentes: o padrão SPS (*Standard Positioning Service*) e o preciso PPS (*Precise Positioning Service*). O SPS está disponível a todos os usuários do globo e proporciona valores com precisão de 100 a 140 m ou de 10 a 20 m, enquanto o PPS, de uso restrito militar, apresenta precisão de 10 a 20 m. Nota-se, assim, que ambos os serviços podem proporcionar valores com a mesma precisão. O serviço SPS tem dois intervalos diferentes de precisão devido à limitação seletiva imposta pelo Departamento de Defesa Americano [8]: um processo de criptografia aplicado em um dos códigos utilizados no GPS para realizar as medidas de distâncias, capaz de tornar as medições do SPS mais imprecisas, caso necessário. A restrição foi imposta inicialmente por motivo de segurança nacional. Porém, em maio de 2000, essa técnica de deterioração do sinal recebido pelo SPS foi descontinuada, melhorando consideravelmente o nível de precisão alcançado por usuários civis. Após essa decisão, o Conselho de Segurança americano passou a fazer reuniões anuais para decidir se reativa ou não a disponibilidade seletiva do sinal [9].

O GPS é dividido em três segmentos: espacial, de controle e de usuários (Fig. 1a). O segmento espacial consiste de 24 satélites distribuídos em seis planos orbitais igualmente espaçados, que cruzam o centro da Terra. Cada plano conta com quatro satélites (Fig. 1b). Essa configuração permite que, em qualquer local da superfície terrestre, a qualquer momento, pelo menos quatro satélites estejam “visíveis” por um receptor. O segmento de controle é responsável pelo monitoramento, correção dos relógios e atualização periódica das mensagens de navegação de cada satélite. É composto por cinco estações terrestres estrategicamente distribuídas no globo. O segmento de usuários é constituído pelos receptores GPS. Dependendo da aplicação a qual se destina, o aparelho necessita um grau maior ou menor de qualidade do seu relógio interno [6].

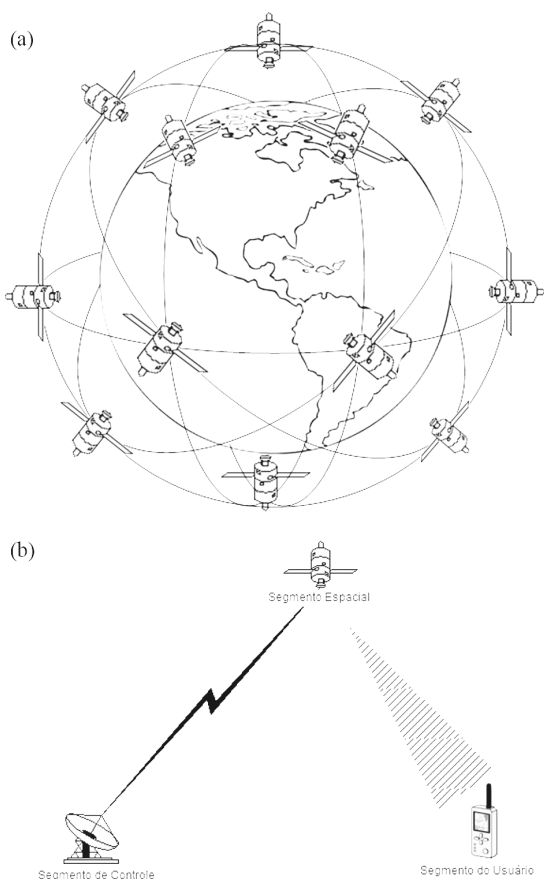


Figura 1 - (a) constelação GPS (as linhas representam os planos orbitais) e (b), segmentos do sistema.

É interessante salientar que muitas pessoas se referem ao GPS como “sistema GPS”. Tal expressão é empregada de forma equivocada, visto que o acrônimo já carrega em si a palavra sistema.

2.2. Funcionamento do GPS

Considerando a sofisticação existente por trás da tecnologia, o princípio de funcionamento do GPS é relativamente simples. Cada um dos 24 satélites componentes do sistema transmite continuamente um sinal de rádio (onda eletromagnética) que contém informações sobre a sua posição orbital, vinculado à um referencial geodésico, e o tempo marcado por seu relógio atômico interno. Um receptor GPS localizado na terra recebe informações de, no mínimo, quatro satélites diferentes e usa esses dados para calcular sua posição no planeta [10].

O sinal eletromagnético transmitido pelos satélites na faixa de frequências de rádio é chamado de onda portadora. Tal designação se deve ao fato de haver um procedimento chamado de modulação imediatamente antes de o sinal ser irradiado pelo espaço. A modulação consiste em modificar um sinal eletromagnético de forma que este transporte informações, que no caso são os dados de posição e tempo do satélite no momento em que o sinal é emitido.

O receptor armazena o tempo medido no seu próprio

relógio interno e os valores de tempo registrados pelos relógios internos de cada satélite no momento do envio da onda portadora. Isso permite calcular a sua distância linear até cada um dos satélites a partir da subtração dos tempos. Sabendo que as ondas de radiofrequência viajam à velocidade da luz (aproximadamente $3 \cdot 10^8$ m/s), se o receptor registrou uma diferença de um centésimo de segundo ($1 \cdot 10^{-2}$ s) entre o valor do seu relógio e o relógio do satélite, significa que a onda eletromagnética demorou esse tempo para se deslocar até a antena do receptor. Aplicando-se a Eq. (1), conclui-se que a distância entre o satélite e o receptor no momento da emissão da onda era de $3 \cdot 10^6$ m ou 3.000 km.

$$\Delta S = Vm \cdot \Delta t. \quad (1)$$

Montanhas e prédios podem dar origem a um erro denominado multicaminho, resultante da reflexão do sinal nestes obstáculos, causando um aumento do tempo transcorrido no deslocamento satélite-receptor, gerando valores falsos para as distâncias calculadas e, por conseguinte, valores incorretos de posicionamento.

Com a informação de um único satélite, o usuário poderia saber somente que está localizado num determinado círculo sobre a superfície terrestre, como ilustrado na Fig. 2a. Se mais um satélite for adicionado ao cálculo, o receptor se torna capaz de definir a posição de dois pontos possíveis de localização (P e Q, conforme a Fig. 2b). Tendo as informações registradas simultaneamente por três satélites, um receptor pode finalmente definir apenas um ponto (P) localizado na superfície da terra (Fig. 2c).

As coordenadas originalmente trabalhadas pelo sistema são cartesianas, com origem no centro de massa da terra, eixo Z na direção polar, X e Y localizados no plano equatorial, sendo X apontando para o meridiano de Greenwich médio e Y perpendicular a X. O tipo de coordenadas espaciais informado pelo receptor é opcional, podendo ser *cartesianas* (X, Y, Z), *geográficas* (latitude, longitude) ou *UTM* (Universal Transverse de Mercator – sistema de coordenadas de projeção cartográfica). Os aparelhos realizam a transformação de coordenadas a partir de equações matemáticas que relacionam os diferentes sistemas.

O método descrito necessita que os relógios usados pelos satélites e pelo receptor estejam sincronizados com o relógio atômico da estação terrestre de controle localizado em Colorado Spring EUA (quem define o padrão de tempo GPS). Para o relógio dos satélites, tal sincronia é realizada periodicamente pela comunicação dos satélites com os segmentos de controle localizados em Terra. As medidas de velocidade, posição e altitude de cada satélite, chamadas de efemérides, também são atualizadas freqüentemente pelos segmentos de controle. Porém, o relógio do receptor permanece não sincronizado com o relógio do satélite, e esse problema será abordado na próxima seção.

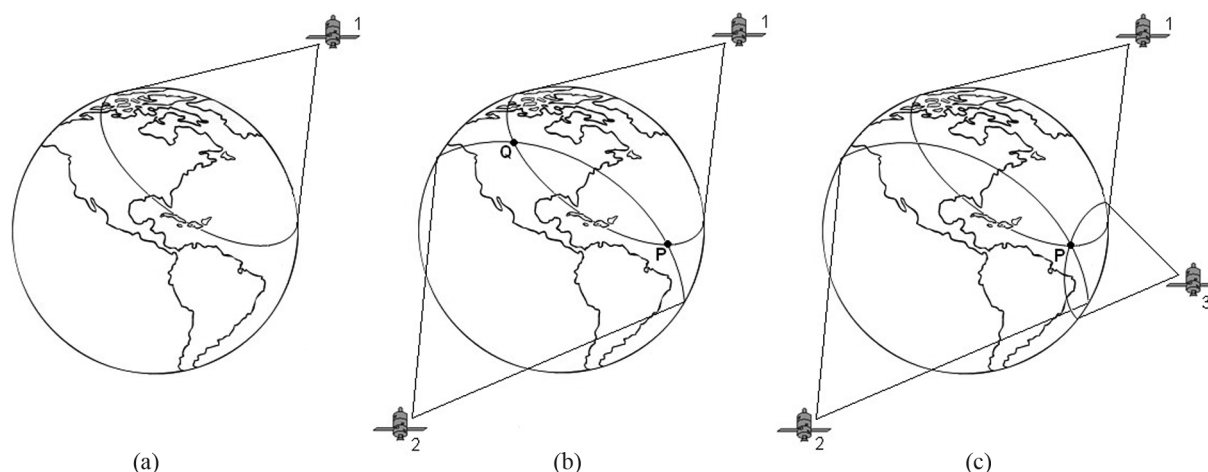


Figura 2 - Cones de atuação de cada satélite formando os pontos de intersecção: a) Apenas um satélite, b) Dois satélites, c) Três satélites.

3. Correção temporal dos relógios a partir do quarto satélite

A principal fonte de erro associada à aquisição das coordenadas de um ponto a partir do GPS reside no não-sincronismo da marcha do relógio do receptor com a do relógio dos satélites, doravante denominado apenas erro do relógio do receptor. Os valores de tempo fornecidos pelo relógio do aparelho devem ter uma precisão compatível com a ordem de grandeza da velocidade da luz para que os dados sejam eficazes. Conforme abordado anteriormente, existe apenas um tipo de relógio capaz de retornar valores tão precisos: os relógios atômicos. Contudo, o tamanho e o alto custo destes relógios fazem com que seu uso nos receptores seja inviável, sendo apenas empregados nos satélites. Isso faz com que o relógio do receptor não esteja precisamente sincronizado com o relógio dos satélites, provocando assim um erro na medição da distância satélite-receptor.

Conforme exposto na sessão anterior, para determinar a posição tridimensional de um ponto em um instante necessita-se de no mínimo três satélites, o que gera três valores de distância satélite-receptor que são usados para calcular as incógnitas referentes às três coordenadas espaciais do ponto. Como o relógio do receptor não possui sincronia com o relógio dos satélites, os resultados gerados contam com um grau de imprecisão muito elevado associado a essa falta de sincronia. A solução para este problema é simples e matemática: o erro do relógio do receptor é tratado como uma quarta incógnita, que requererá a disponibilidade de mais um satélite. Teremos, assim, um sistema de quatro equações a quatro incógnitas, possível de ser solucionado. Não é por acaso, portanto, que a configuração orbital do GPS foi concebida de tal forma que pelo menos quatro satélites estejam sempre disponíveis em qualquer momento aos usuários do sistema. No caso de haver a possibilidade de se trabalhar com satélites

adicionais, eles serão utilizados para diminuir o erro das medidas.

3.1. Uma ferramenta para estudar o comportamento natural do tempo

Apesar do GPS, propriamente dito, ter nascido como uma ferramenta militar, os relógios atômicos que tornaram possível seu funcionamento são oriundos de pesquisas básicas sobre a estrutura atômica. Tais pesquisas possibilitaram a existência de um relógio suficientemente preciso para o estudo da natureza do tempo.

Até o final dos anos 1920, os relógios mais precisos dependiam do balanço regular de um pêndulo. Eles foram substituídos por outros mais precisos baseados na regularidade das vibrações de um cristal de quartzo, que poderia medir o tempo com variações de menos de um milésimo de segundo por dia. Mesmo contando com essa precisão, no entanto, ainda não era suficiente para os cientistas que buscavam estudar os efeitos da Teoria da Relatividade. A única maneira de fazer medições do tempo na escala de precisão necessária era controlando as oscilações ocorridas no átomo, assim, surgiram os relógios atômicos [11].

Os relógios atômicos usam a frequência de ressonância padrão do átomo como referencial oscilatório. Sinais eletromagnéticos são emitidos pelo átomo quando seus elétrons migram de um nível energético para outro. O sistema internacional de unidades SI [12] define a duração de um segundo como sendo igual a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondentes à transição entre dois níveis hiperfinos de um átomo de Césio 133 no estado fundamental. Outras quantidades físicas padronizadas, como o metro, são baseadas na unidade precisa de tempo como parte de suas próprias definições [12].

3.2. A teoria da relatividade de Einstein no funcionamento do GPS

Atualmente os sistemas de navegação que controlam aeronaves possuem obrigatoriamente alguns receptores GPS integrados. A posição e a velocidade desses veículos são monitoradas continuamente e podem ser determinadas com uma precisão de aproximadamente 16 m e 0,02 m/s, respectivamente, graças às correções relativísticas consideradas pelo sistema. Se os efeitos da relatividade não fossem levados em consideração, os sistemas de navegação sofreriam uma perda considerável na precisão das coordenadas de posição e velocidade, inviabilizando e colocando em risco alguns meios de transporte modernos, como o avião [13].

Os relógios são afetados de duas maneiras diferentes: sua velocidade relativa (relatividade restrita) e seu potencial gravitacional (relatividade geral). A teoria da relatividade geral prevê que o tempo na superfície passará mais devagar em relação ao tempo dos satélites, devido à diferença do potencial gravitacional existente entre a superfície terrestre e a região onde os satélites orbitam (Fig. 3). Um efeito consideravelmente menor, mas mesmo assim levado em conta, é o dado pela teoria da relatividade restrita: se o receptor encontrar-se parado na Terra, a teoria prediz que o tempo em seu relógio interno passará mais rápido em relação ao relógio do satélite em movimento. Quando combinadas, estas discrepâncias alcançam valores na ordem de décimos de microssegundo por dia [14]. Para garantir a qualidade das medidas informadas, esses efeitos são compensados pela redução da frequência dos relógios dos satélites em $4,55 \cdot 10^{-3}$ Hz [6].

Estes são exemplos de como algo tão abstrato como a teoria da relatividade pode fazer parte do funcionamento de algo tão prático como o posicionamento.

Para um observador localizado na superfície da terra, a diferença causada pela relatividade restrita entre o tempo registrado por seu relógio e o relógio do satélite é dada pela razão descrita na Eq. (2), denominada equação de dilatação dos tempos [13].

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_T} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_s}{c}\right)^2} \quad (2)$$

O desenvolvimento da teoria da relatividade geral usa ferramentas matemáticas muito abstratas, tornando seu entendimento teórico pouco acessível. Por essa razão, vamos nos limitar a dizer apenas que seu efeito causa a aceleração do tempo à medida que nos afastamos da Terra a partir da superfície. Vale notar que, segundo a Fig. 3, esse efeito pode ser invertido caso o deslocamento seja efetuado em direção ao interior da terra. Os efeitos da relatividade restrita são sentidos de maneira igual nas duas situações, importando apenas as velocidades relativas entre o receptor e os satélites.

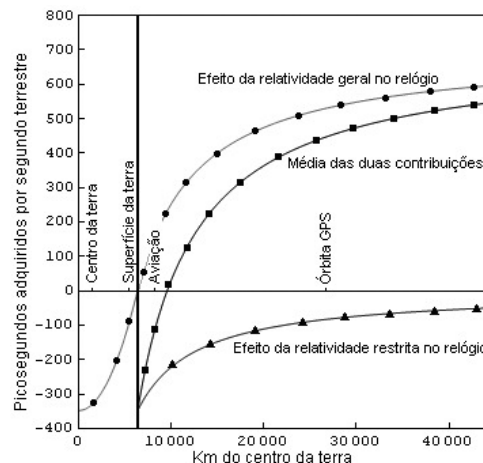


Figura 3 - Efeitos da teoria da relatividade geral e restrita no funcionamento dos relógios envolvidos no sistema (Adaptado de Ref. [15]).

Existem outros tipos de erros envolvidos no sistema originados pela propagação do sinal na ionosfera [16], receptor/antena e estações de controle. A abordagem mais detalhada desses erros foge às pretensões do presente trabalho. Um nível de informação razoável sobre esse tópico pode ser encontrado em [6, 10, 16].

4. Proposta de atividade prática

Atividades práticas são tradicionalmente utilizadas para familiarização e entendimento do funcionamento do GPS. Com a disponibilidade de alguns aparelhos receptores, chamados de receptores de navegação, a atividade conhecida como “caça ao tesouro” foi realizada com alunos de graduação em física. Os estudantes são divididos em dois grupos que seguirão duas rotas distintas compostas por vários pontos identificados por coordenadas geográficas previamente estabelecidas. Inicialmente são passadas as coordenadas do primeiro ponto de cada grupo. O receptor GPS informará uma rota para o ponto bastando apenas digitar as coordenadas de posicionamento fornecidas. Para cada grupo, as coordenadas do segundo ponto estarão disponibilizadas na localização do primeiro, assim sucessivamente até chegar à localização do ponto final, onde se encontrará o “tesouro”, que pode consistir em qualquer prêmio.

A partir da experiência adquirida na atividade, algumas sugestões para a realização da mesma se seguirão.

Receptores do tipo navegação (um para cada grupo) são aconselhados para essa atividade devido a sua portabilidade e facilidade de uso, porém, devido à baixa precisão, a localização exata dos pontos dificilmente será alcançada. Assim, aconselha-se que os pontos tenham algum significado maior dentro da região, ou seja, ao se aproximarem, os membros do grupo possam intuitivamente descobrir sua localização. O uso de pequenas bandeirinhas coloridas demarcando a exata localização

dos pontos é encorajado.

É interessante que cada grupo possa contar com um tutor que será responsável por auxiliar os integrantes no funcionamento do aparelho. É importante que durante a realização da atividade sejam estabelecidas conexões com a aula teórica. Fontes de erro, número de satélites “visíveis”, precisão etc., podem ser discutidas com os membros do grupo. Por exemplo, quando o receptor informar as coordenadas exatas do ponto procurado e o grupo notar que o mesmo não se encontra exatamente sob a posição informada, deve-se esclarecer que tal efeito é originado pelos erros inerentes ao funcionamento do sistema, e discuti-los.

O caminho a ser percorrido por cada grupo deve conter o número de pontos, distância total e graus de dificuldade compatíveis, assim, evitando a imparcialidade na atividade.

Sugere-se que o prêmio escolhido possa ser facilmente compartilhado entre os membros do grupo vencedor. E ainda, que existam dois prêmios diferentes: para o grupo vencedor e segundo colocado.

5. Considerações finais

O GPS tem sido usado para as mais diversas utilidades ultimamente. É esperado que questionamentos referentes ao seu funcionamento sejam cada vez mais frequentes tanto no meio científico quanto no meio não especializado. Além de poder ser considerado um minilaboratório de física moderna, a maneira como o sistema obtém as coordenadas de um ponto em qualquer lugar da superfície da Terra possui se grau de instigação; o sistema é representante de uma das mais avançadas formas de tecnologia atuais: a tecnologia aeroespacial. Esta que vem ganhando cada vez mais entusiastas e estudiosos ao redor do mundo.

Sobre a atividade prática, vale lembrar que tem se discutido bastante a importância da inserção de novas ferramentas no processo ensino/aprendizagem em conexão com os novos parâmetros curriculares nacionais para o ensino [17]. Considerando que a distância é cada vez maior entre o currículo atual e a realidade dos estudantes, provocando o desestímulo tanto de professores quanto alunos, atividades de baixo custo, como a proposta neste trabalho, são válidas no sentido de irem ao encontro do que desperta a atenção e a curiosidade dos estudantes.

Referências

- [1] P. Marmet, *Acta Scientiarum* **22**, 1269 (2000).
- [2] Ministério da Educação. *PCNs: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais* (SEC-MEC, Brasília, 1997).
- [3] M.G.M. de Magalhães, D. Schiel, I.M. Guerrini e E. Marega Jr., *Revista Brasileira de Ensino de Física* **24**, 97 (2002).
- [4] E.C. Ricardo, J.F. Custódio e M.F. Rezende Jr., *Revista Brasileira de Ensino de Física* **29**, 137 (2007).
- [5] R.B. Werlang, R. de S. Schneider e F.L. da Silveira, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **30**, 1503 (2008).
- [6] J.F.G. Monico, *Posicionamento Pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações* (Unesp, São Paulo, 2008).
- [7] E. D.Kaplan, *Understanding GPS: Principles and Applications* (Artech House Publishers, Boston, 1996).
- [8] Department of Defense, United States of America, *Global Positioning System Standard Positioning Service* (2008), 4th ed.
- [9] The White House, Global Positioning System Policy, Office of Science and Technology Policy. National Security Council Embargoed for Release on March 29, 1996. Documento disponível em <http://www.navcenter.org/gps/geninfo/default.htm>.
- [10] W. Hoffmann, B.H. Lichtenegger and J. Collins, *GPS: Theory and Practice* (Springer-Verlag, New York, 1994), 3ª ed.
- [11] The Global Positioning System: The role of Atomic Clocks. Publication on-line of The National academy Press. (1996), disponível em http://www.nap.edu/catalog.php?record_id=9479.
- [12] INMETRO. Sistema Internacional de Unidades - SI. 8ª ed. (INMETRO, Rio de Janeiro, 2007).
- [13] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física 4 - Óptica e Física Moderna* (LTC, Rio de Janeiro, 2003), 6ª ed, p. 100-124.
- [14] R.A. Nelson, *The Global Positioning System: A National Resource* (Via Satellite, USA, 1999).
- [15] L.A. Bloomfield, *How Things Work: The Physics of Everyday Life - Web Material Support* (John Wiley, New York, 2006), 3ª ed. Disponível em <http://www.ums1.edu/~fraundorfp/p001htw/htw14sup.html>.
- [16] M.T. Matsuoka e P.O. Camargo, *Boletim de Ciências Geodésicas* **13**, 253 (2007).
- [17] E.A. Veit e V.D. Teodoro, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **24**, 87 (2002).