

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Simulações de instabilidades tipo Kelvin-Helmholtz no contexto da magneto-hidrodinâmica: um estudo preliminar da condição de estabilidade numérica

Elias G. C. Lovato<sup>1,2</sup>, Margarete O. Domingues<sup>1</sup>, Anna K. F. Gomes<sup>1</sup>,  
Odin Mendes<sup>1</sup>, Renato S. Dallaqua<sup>1</sup>, Mariana P. M. A. Baroni<sup>2</sup>,  
Luciano A. Magrini<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, SP

<sup>2</sup> Instituto Federal de São Paulo (IFSP), São Paulo, SP <sup>1</sup>

Este trabalho apresenta um estudo de verificação das condições de estabilidade numérica tipo Courant-Friedrich-Levy (CFL) em um modelo magneto-hidrodinâmico ideal (iMHD) discretizado em volumes finitos [4]. O modelo iMHD necessita obedecer a Lei de Gauss que determina que a divergência do campo magnético é nula. Essa condição nem sempre é satisfeita numericamente, sendo então necessário utilizar outras formulações na discretização. Em particular, utiliza-se uma versão numérica discretizada de um modelo iMHD baseado nos Multiplicadores de Lagrange Generalizados (GLM) com o método dos volumes finitos, desenvolvida em [1]. O modelo GLM-iMHD em sua forma conservativa é composto por um sistema de nove equações diferenciais parciais: uma equação de conservação da massa, três equações de conservação de momento, uma equação de conservação de energia, três equações de conservação de fluxo magnético e uma equação associada à correção de divergência nula parabólica-hiperbólica. A condição de estabilidade tipo CFL nesse modelo GLM-iMHD além dos parâmetros usuais também depende de dois parâmetros que controlam a divergência do campo magnético associados à correção parabólica-hiperbólica. Utiliza-se o código CARMEN-MHD [3] para executar as simulações. São escolhidos limitadores [5] típicos de métodos de volumes finitos em malhas uniformes do tipo *Total Variation Diminishing* (TVD) para um estudo da condição CFL em um caso de uma instabilidade de Kelvin-Helmholtz (KHI) tipo "olho de gato", conforme ilustrado na Fig. 1. Uma descrição detalhada deste caso teste encontra-se em [1]. Além dos limitadores Min-Mod, Van Albada 1, Van Leer, Superbee e Monotonized Central já implementados no CARMEN-MHD, adicionam-se também os limitadores TVD: Koren, Ospre, Umist, Osher e Sweby nesse código. Ao se avaliar os parâmetros CFL de 0.5 – 0.7 com uma variação de 0.025, para as malhas  $256^2$ , todos os limitadores estudados executam a simulação com o parâmetro CFL máximo de 0.6, exceto o limitador Osher cujo CFL máximo foi 0.625. Em malhas mais refinadas,  $512^2$ , com o parâmetro CFL 0.6, as simulações somente foram concluídas com sucesso nos casos *Min-Mod*, *Van Albada 1* e *Koren*, enquanto nos demais

---

<sup>1</sup>eliasgcl@yahoo.com.br, {margarete.domingues, odin.mendes, renato.dallaqua}@inpe.br, annakfg@gmail.com, mariana.baroni@gmail.com, magriniluciano1983@gmail.com

esse parâmetro CFL máximo possível é de 0.575. Ocorre também nesta malha uma situação em que instabilidades numéricas perturbam a solução física, mas sem destruir as características da KHI, durante a evolução temporal no caso do limitador MC para o parâmetro CFL 0.6. Pode-se observar que os valores do parâmetro tipo CFL diferem de acordo com o limitador e também com a resolução escolhida. Mais estudos sobre o efeito na solução estão sendo realizados para maiores resoluções.

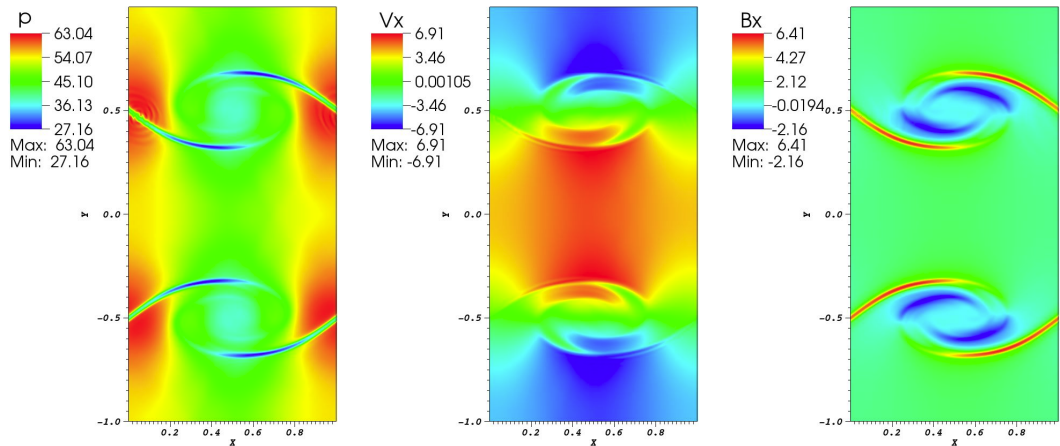


Figura 1: Solução numérica no tempo  $t = 0.5$ , (a) pressão, (b)  $v_x$ , (c)  $B_x$ , para o limitador de Koren com CFL 0.6 e uma malha  $512^2$ .

## Referências

- [1] A. Dedner, F. Kemm, D. Kröner, C. D. Munz, T. Schnitzer and M. Wesenberg. Hyperbolic Divergence Cleaning for the MHD Equations, *J. Comput. Phys.*, vol. 175, n. 2, pag. 645-673, 2002. DOI: 10.1006/jcph.2001.6961.
- [2] E. F. D. Evangelista, M. O. Domingues, O. Mendes e O. D. Miranda. A Brief Study of Instabilities in the Context of Space Magnetohydrodynamic Simulations, *Rev. Bras. Ensino Fís.*, vol. 38, n. 1, 2016. DOI: 10.1590/S1806-11173812098.
- [3] A. K. F. Gomes, Simulação Numérica de um Modelo Magneto-Hidrodinâmico Multi-dimensional no Contexto da Multirresolução Adaptativa por Médias Celulares. Dissertação (Doutorado) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2017.
- [4] R. J. LeVeque. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge University Press, 2002.
- [5] E. F. Toro. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluids Dynamics: A Practical Introduction*. SPRINGER, 3<sup>rd</sup> ed., 2009.

**Agradecimentos** Os autores agradecem o suporte financeiro das agências CNPq (proj. 306038/2015 – 3, 800012/2016 – 0), FAPESP (proj. 2015/25624 – 2) e CAPES.